Н. Н. НИКИТИН, Г. Г. МАСЛОВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

ДЛЯ 6–8 КЛАССОВ

1965

Н. Н. НИКИТИН, Г. Г. МАСЛОВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

ДЛЯ 6—8 КЛАССОВ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

ИЗДАНИЕ ДЕВЯТОЕ

Утверждён Министерством просвещения РСФСР

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
Москва 1965

Николай Никифорович Никитин
Галина Герасимовна Маслова

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

Редактор *Л. А. Сидорова*
Обложка художника *Е. А. Десятова.* Художественный редактор *Б. Л. Николаев.*
Технический редактор *В. Л. Коваленко.* Корректор *Т. Н. Смирнова.*

Подписано к печати с матриц 12/IV 1965 г. $60 \times 90^1/_{16}$. Печ. л. 8,5.
Уч.-изд. л. 7,73. Тираж 400 тыс. (1400001—1800000) экз.

Издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по печати.
Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41. Заказ № 5-228.

Отпечатано с матриц Первой Образцовой типографии им. А. А. Жданова, Москва,
на Книжной фабрике им. М. В. Фрунзе Государственного комитета Совета Министров УССР
по печати. Харьков, Донец-Захаржевская, 6/8.

Цена без переплета 10 коп., переплет 5 коп.

ГЛАВА I.

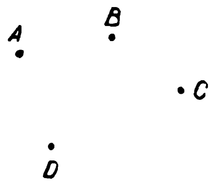
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.

§ 1. Прямая. Луч. Отрезок. Ломаная линия.

1. 1) Через произвольно взятую точку провести три различные прямые. Сколько прямых можно провести через одну точку?

2) Через две данные точки провести прямую. Сколько прямых можно провести через две точки? Сколько кривых линий можно провести через две точки?

3) Через две данные точки проведены две различные линии. Могут ли обе линии быть прямыми? Почему?



Черт. 1.

2. 1) Даны три точки, не лежащие на одной прямой. Через каждые две из них провести прямые. Сколько таких прямых можно провести?

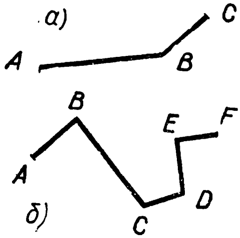
2) На чертеже 1 даны четыре точки. Через каждую пару точек провести прямые. Сколько всего будет проведено прямых?

3. 1) Сколько общих точек имеют две пересекающиеся прямые?

2) Могут ли две различные прямые иметь две общие точки? Почему?

4. 1) Из одной точки провести три различных луча. Сколько лучей можно провести, начало которых находится в данной точке?

Черт. 2.

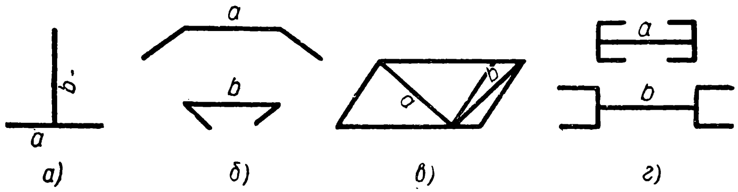


Черт. 3.

2) Назвать все лучи, образовавшиеся при пересечении двух прямых AB и CD (точку пересечения прямых обозначить буквой O).

5. Сколько всего отрезков изображено на чертеже 2? Назвать их.

6. На чертеже 3 изображены две ломаные линии. Из скольких отрезков состоит каждая ломаная линия? Назвать их.



Черт. 4.

7. Сравнить на глаз отрезки a и b, данные на чертеже 4, и проверить результат при помощи циркуля или масштабной линейки.

§ 2. Действия над отрезками.

Сложение, вычитание отрезков, умножение отрезков на целое число.

8. Начертить отрезок, равный отрезку a (черт. 5).

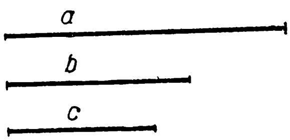
9. 1) Начертить отрезок, равный сумме отрезков a, b и c (черт. 5).

2) Построить отрезок, равный сумме отрезков ломаной, данной на чертеже 3,a.

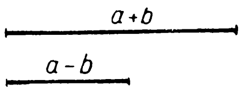
10. Начертить отрезок, равный разности отрезков a и c (черт. 5).

11. На чертеже 5 даны три отрезка a, b и c. Построить отрезки: а) $a - b + c$, б) $a + b - c$.

12. Начертить отрезок, равный: а) удвоенному отрезку b (черт. 5); б) утроенному отрезку c (черт. 5).



Черт. 5.



Черт. 6.

13. При помощи циркуля путём проб разделить приближённо отрезок a (черт. 5) на две равные части.

14. Найти отрезки a и b по их сумме и разности (черт. 6).

15. Даны три отрезка a, b и c (черт. 5). Построить отрезки: а) $2(a+b)$; б) $3(a-b)$; в) $3c - \frac{a}{2}$.

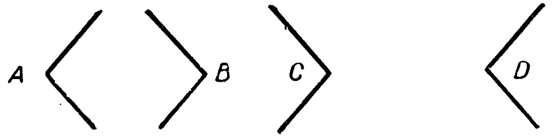
Измерение отрезков. Упражнения на все действия над отрезками.

16. Начертить два отрезка и измерить их длину в миллиметрах. Выразить результат в сантиметрах.

17. Начертить отрезки длиной: а) 6 *см*; 18 *мм*; 1,1 *дм*; 0,08 *м*; б) 32 *мм*; 7,4 *см*; 1,2 *дм*; 0,05 *м*.

18. Начертить на глаз отрезки длиной 50 *мм* и 80 *мм*. Проверить масштабной линейкой правильность построения.

19. Сравнить на глаз расстояния между точками A и B и между точками D и C (черт. 7), затем измерить эти расстояния и сравнить результаты глазомерной оценки и измерения.

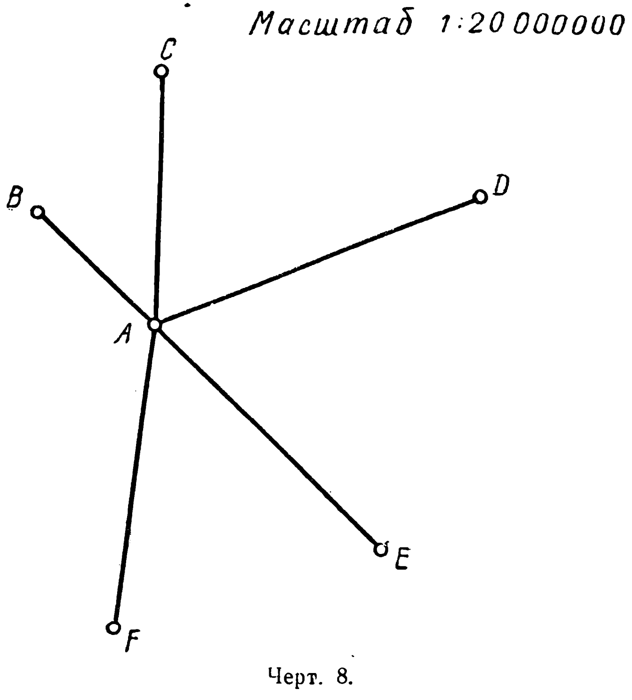


Черт. 7.

20. Начертить ломаную, составленную из четырёх отрезков, измерить длину каждого её звена.

21. Измерить длину и ширину обложки ученической тетради.

22. Найти, пользуясь численным масштабом, расстояния между точками: а) A и B; б) A и C; в) A и D; г) A и E; д) A и F (черт. 8).

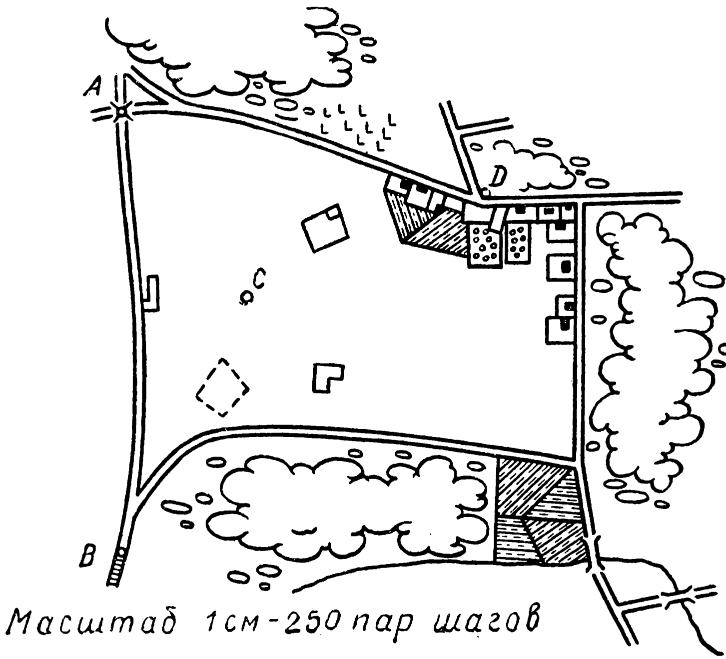


Черт. 8.

23. Найти по плану расстояния (в шагах) по прямой от пункта A до пунктов B, C и D (черт. 9).

24. По данному численному масштабу 1 : 5000 найти расстояние DE (черт. 10).

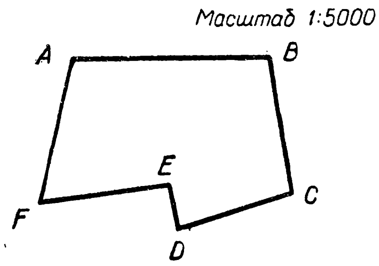
25. Найти, пользуясь масштабом, длину изгороди участка, план которого дан на чертеже 10. Решение этой задачи может быть выполнено двумя способами. Укажите их.



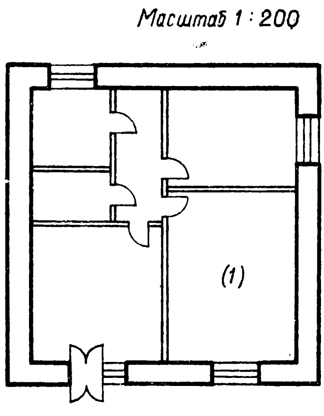
Черт. 9.

26. По плану здания (черт. 11) найти: а) длину и ширину здания; б) длину и ширину комнаты (1).

27. Построить отрезок, равный сумме двух данных отрезков a и b, если $a = 36$ *мм* и $b = 54$ *мм*.



Черт. 10.



Черт. 11.

28. 1) На чертеже 2 $AB = CD$, $AC = 6$ *см*. Найти BD.

2) На чертеже 2 $AB = CD$. Как убедиться, что $AC = BD$?

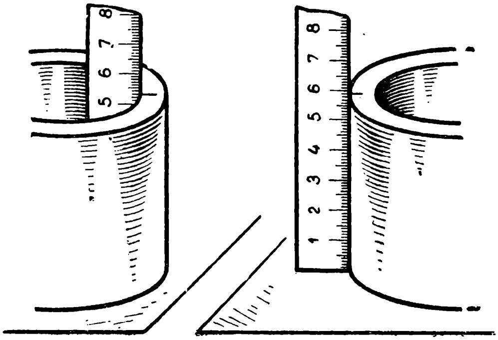
29. Построить отрезок, равный разности двух отрезков a и b, если $a = 7$ *см* и $b = 3$ *см*.

30. Для измерения толщины дна металлического стакана произвели два измерения, как указано на чертеже 12. Чему равна толщина дна стакана?

31. 1) На чертеже 2 $AC = BD$, $AC = 10$ *см*, $CD = 4$ *см*. Вычислить длину отрезка BC.

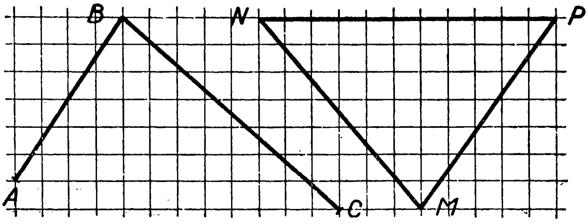
2) На чертеже 2 $AC = BD$. Как убедиться, что $AB = CD$?

32. 1) Перечертить в тетрадь по клеточкам ломаную ABC и измерить расстояние между серединами отрезков AB и BC (черт. 13).



Черт. 12.

2) Перечертить в тетрадь по клеточкам треугольник MNP (черт. 13), соединить середины его сторон, точки D, E, F, отрезками прямых. При помощи измерений определить, какую часть периметра треугольника MNP составляет периметр треугольника DEF.



Черт. 13.

33. Найти толщину листа учебника.

34. 1) На данном отрезке AB найти точку C, удалённую от точки B на расстояние, в два раза большее, чем от точки A.

2) На данном отрезке AB найти точку C, удалённую от точки A на расстояние, в пять раз большее, чем от точки B.

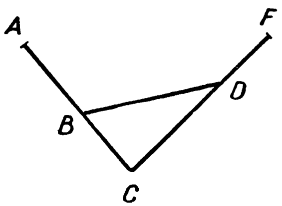
35. На прямой отложены последовательно три отрезка: AB, BC и CD так, что $AB = 3$ *см*, $BC = 5$ *см*, $CD = 4$ *см*. Найти расстояние между серединами отрезков AB и CD.

36. 1) От точки A, взятой на некоторой прямой, отложены на ней в одном направлении два отрезка AB и AC, причем $AB = 60$ *мм*,

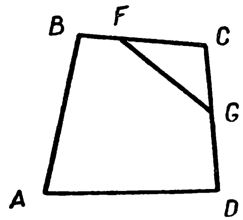
$AC = 100$ *мм*. Вычислить: а) длину отрезка BC; б) расстояние от точки A до середины K отрезка BC; в) расстояние между серединами отрезков AB и AC (точками M и N).

2) От точки A, взятой на некоторой прямой, отложены на ней в противоположных направлениях два отрезка AB и AC, причём $AB = 6$ *см*, $AC = 5$ *см*. Вычислить: а) длину отрезка BC; б) расстояние от точки A до середины K отрезка BC; в) расстояние между серединами отрезков AB и AC (точками M и N).

37. 1) Доказать, что ломаная $ABDF$ (черт. 14) короче ломаной ACF.



Черт. 14.



Черт. 15.

2) На чертеже 15 изображены два многоугольника $ABCD$ и $ABFGD$. Периметр которого из этих многоугольников больше? Почему?

38. Даны прямая MN и точки A и B, лежащие по разные стороны этой прямой. На прямой MN найти такую точку C, чтобы сумма расстояний AC и CB была наименьшей.

Измерение расстояний в классе и на местности.

39. При помощи рулетки или мерной верёвки построить на местности отрезок, равный 10 *м* (20 *м*, 100 *м*).

40. Оценить на глаз расстояние между какими-нибудь двумя точками на местности и измерить его мерной цепью, рулеткой или полевым циркулем. Сравнить результаты глазомерной оценки и измерений.

41. Назовите известные вам приборы и инструменты для измерения отрезков, которыми пользуются при выполнении чертежей в мастерских, на производстве, при выполнении измерительных работ на местности.

§ 3. Угол. Действия над углами.

42. Прочесть все углы, изображённые на чертеже 16.

43. Построить угол, равный сумме двух данных углов (черт. 17)[1].

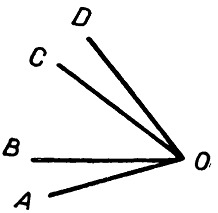
[1] Построение углов выполняется при помощи малки или транспортира.

44. Построить угол, равный разности двух данных углов (черт. 17)[1].

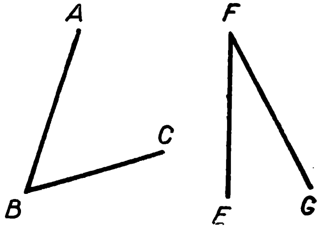
45. Построить угол, равный утроенному углу EFG (черт. 17)[1].

46. 1) Вырезать из бумаги несколько углов и найти их биссектрисы, разделив углы пополам (перегибая бумагу).

2) Вырезать из бумаги угол и разделить его (перегибая бумагу) на четыре равные части.



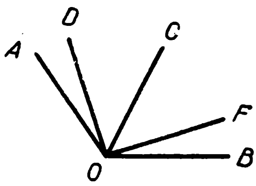
Черт. 16.



Черт. 17.

47. 1) На чертеже 16 $\angle AOB = \angle COD$. Убедиться, что $\angle AOC = \angle BOD$.

2) На чертеже 16 $\angle AOC = \angle BOD$. Убедиться, что $\angle AOB = \angle COD$.



Черт. 18.

48. 1) OC — биссектриса угла AOB (черт. 18), $\angle AOD = \angle FOB$. Убедиться, что луч OC является биссектрисой угла DOF.

2) $\angle DOB = \angle AOF$, $\angle DOC = \angle COF$ (черт. 18). Убедиться, что луч OC является биссектрисой угла AOB.

§ 4. Прямой угол. Смежные и вертикальные углы.

Прямой угол.

49. Из листа бумаги, согнув его соответствующим образом, сделать модель прямого угла.

50. Найти острые, прямые и тупые углы на окружающих предметах.

51. Проверить при помощи чертёжного треугольника углы ученической тетради.

52. На чертеже 18 изображено несколько углов. Указать, какие из этих углов прямые. Назвать тупые углы.

53. Начертить на глаз несколько прямых углов в различных положениях и проверить их чертёжным треугольником.

[1] Построение углов выполняется при помощи малки или транспортира

54. При помощи линейки построить прямой угол с вершиной, совпадающей с вершиной данного прямого угла. Сколько таких прямых углов можно построить?

55. На сторонах прямого угла расположены две точки. Одна из них — на расстоянии 30 *мм* от вершины, другая — на расстоянии 40 *мм*. Построить эти точки и измерить расстояние между ними.

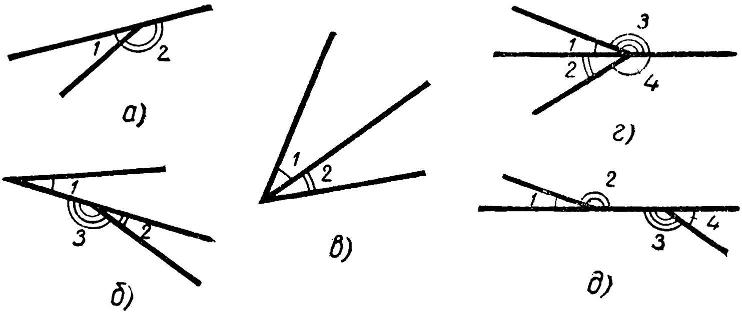
56. 1) Вычислить величину каждого из двух углов, полученных при делении угла, равного $0{,}6d$, его биссектрисой.

2) Решить задачу 56(1), если данный угол равен: а) $1\frac{2}{3}d$; б) $1\frac{5}{6}d$.

Смежные углы.

57. Начертить два неравных смежных угла так, чтобы их общая сторона была: а) вертикальной; б) горизонтальной; в) наклонной.

58. Среди углов, данных на чертеже 19, указать смежные углы. Объяснить, почему углы на чертеже 19, *в* нельзя назвать смежными.



Черт. 19.

59. Всегда ли верно, что: а) если два угла смежные, то их сумма равна двум прямым углам; б) если сумма двух углов равна двум прямым, то углы смежные? Привести примеры.

60. 1) Построить для данного угла (острого или тупого) угол, дополняющий его до развёрнутого.

2) Сколько можно построить углов, смежных данному? Доказать, что эти углы равны.

61. Один из смежных углов тупой (острый). Каким является другой угол?

62. Один из смежных углов равен: а) $0{,}9d$; б) $\frac{7}{8}d$. Найти величину другого угла.

63. Один из смежных углов больше другого на: а) $\frac{1}{3}d$; б) d. Найти величину каждого из этих углов.

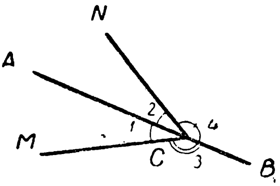
64. 1) Один из смежных углов в три раза больше другого. Найти величину каждого из этих углов.

2) Один из смежных углов составляет 20% другого. Найти величину каждого из этих углов.

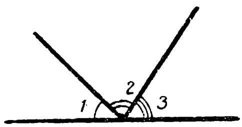
65. Угол ABC равен: а) $0{,}8d$; б) $1\frac{1}{3}d$. Продолжить стороны этого угла за вершину и вычислить величину каждого из образовавшихся углов.

66. Найти величину угла, образованного биссектрисами двух смежных углов.

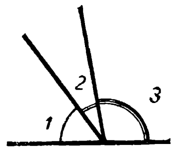
67. Из точки C, взятой на прямой AB, проведены два луча CM и CN так, что они образуют с прямой AB равные острые углы (черт. 20), $\angle 1 = \angle 2$. Объяснить, почему $\angle 3 = \angle 4$.



Черт. 20.



Черт. 21.



Черт. 22.

68. 1) Из точки, взятой на прямой, по одну сторону этой прямой проведены два луча (черт. 21) так, что $\angle 1 = 0{,}5\ d$, $\angle 2 = \frac{7}{8}d$. Найти величину третьего угла.

2) На прямой дана точка, из которой по одну сторону прямой проведены два луча (черт. 22) так, что $\angle 1 = \frac{3}{5}d$, $\angle 2$ составляет половину первого угла. Найти величину третьего угла.

69. 1) Через вершину угла, равного $\frac{8}{9}\ d$, вне его проведена прямая, образующая с одной из его сторон угол, равный $\frac{d}{3}$. Найти величину угла, образованного прямой с другой стороной данного угла.

2) Через вершину угла, равного $\frac{8}{9}d$, проведена прямая, делящая угол на два угла, один из которых равен $\frac{d}{3}$. Найти каждый из образовавшихся углов, меньших развёрнутого.

70. 1) Два луча, проведённые по одну сторону прямой из взятой на ней точки, образуют между собой и с прямой равные острые углы. Найти величину каждого из этих углов.

2) Решить эту же задачу для случая: а) трёх лучей, б) четырёх лучей.

Вертикальные углы.

71. Дан угол. Построить для него смежный и вертикальный углы.

72. При помощи линейки построить угол, равный данному и имеющий с ним общую вершину.

73. Один из углов, образованных двумя пересекающимися прямыми, равен d. Чему равны остальные углы?

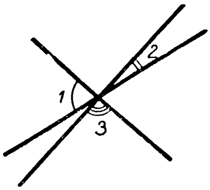
74. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 0,6 d. Чему равны остальные углы?

75. Сумма двух вертикальных углов, образованных двумя прямыми, равна $\frac{8}{9}d$. Найти величину каждого из полученных четырёх углов.

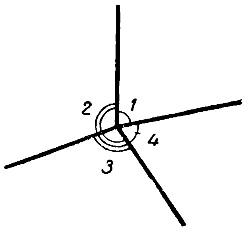
76. Найти величину каждого из четырёх углов, образованных двумя пересекающимися прямыми, если сумма трёх из них равна 2,5 d.

77. Какой угол образуют биссектрисы двух вертикальных углов?

78. Даны три прямые, пересекающиеся в одной точке (черт. 23). Доказать, что $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 2d$. Вычислить сумму $\angle 1 + \angle 3$, если $\angle 2 = \frac{d}{5}$.



Черт. 23.



Черт. 24.

Сумма углов, имеющих общую вершину.

79. Четыре луча, проведённые из одной точки (черт. 24), образуют следующие углы: $\angle 1 = \frac{7}{8}d$; $\angle 2 = 1\frac{1}{4}d$; $\angle 3 = 1\frac{1}{5}d$. Найти величину четвёртого угла.

80. Из одной точки проведены пять лучей так, что углы, образованные каждыми двумя соседними лучами, равны между собой. Найти эти углы.

81. 1) Из одной точки проведены четыре луча. Могут ли все углы, образованные соседними лучами, быть одновременно: а) тупыми; б) острыми?

2) Задачу 81 (1) решить для случая трёх лучей.

82. На чертеже 25 указать, не измеряя углов, ошибки, допущенные при простановке их величин.

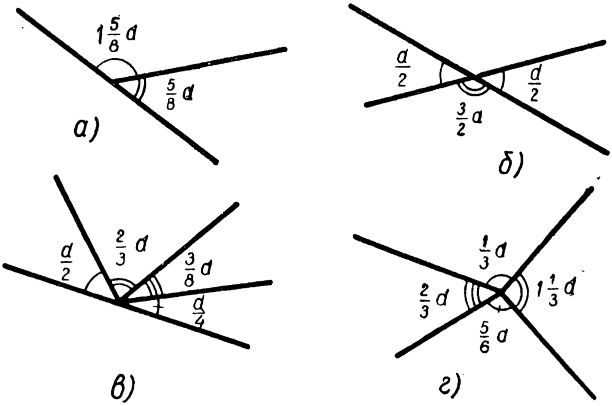
Перпендикуляр к прямой.

83. 1) Начертить прямую и вне её взять некоторую точку (черт. 26,*а*). Через эту точку при помощи чертёжного треугольника провести перпендикуляр к прямой. Измерить (по перпендикуляру) расстояние от точки до прямой.

2) Выполнить то же задание при другом положении точки и прямой (черт. 26,*б*).

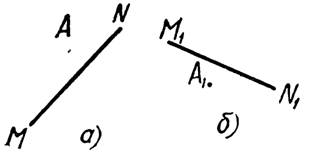
84. Через данную точку O провести перпендикуляры к трём данным прямым (черт. 27).

85. При помощи эккера построить на поверхности земли (или в классной комнате) прямой угол.

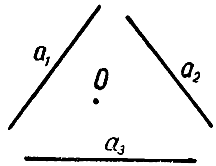


Черт. 25.

86. 1) При помощи эккера построить на поверхности земли (или в классной комнате) прямую, перпендикулярную данной прямой и проходящую через данную на ней точку.



Черт. 26.



Черт. 27.

2) Как при помощи эккера построить прямую, перпендикулярную данной прямой и проходящую через точку, не лежащую на данной прямой?

87. 1) Через вершину угла ABC, равного $1,2\,d$, проведена прямая MN, перпендикулярная его биссектрисе. Вычислить углы, которые образует прямая MN со сторонами угла ABC.

2) Через вершину данного угла провести прямую, образующую с его сторонами равные углы.

§ 5. Окружность.

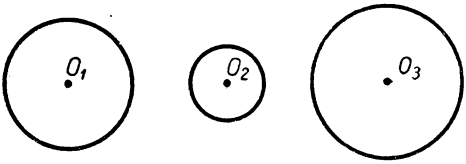
88. Построить окружности, радиусы которых равны 3 *см*, 12 *мм*, 2,8 *см*.

89. 1) Сколько хорд можно провести через точку, взятую на окружности?

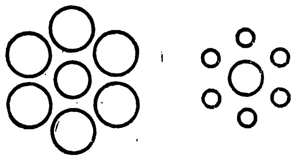
2) Сколько хорд можно провести через точку, взятую внутри окружности?

3) Сколько диаметров можно провести через центр окружности?

4) Сколько прямых, проходящих через центр окружности, можно провести через точку, взятую внутри или на окружности?



Черт. 28.

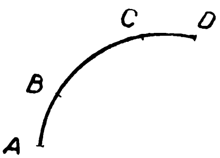


Черт. 29.

90. 1) Радиус окружности равен: а) 78 *мм*; б) 4 *см*; в) 0,2 *дм*. Найти длину наибольшей хорды.

2) Найти диаметр окружности, если известно, что радиус её на 55 *мм* меньше диаметра.

91. Измерить диаметры окружностей, данных на чертеже 28.



Черт. 30.

92. Сравнить на глаз диаметры внутренних кругов (черт. 29) и проверить результат циркулем или масштабной линейкой.

93. Прочесть все дуги, изображённые на чертеже 30, и записать их.

94. 1) На чертеже 30 дана дуга $ABCD$ некоторой окружности, $\smile AB = \smile DC$. Доказать, что $\smile AC = \smile BD$.

2) На чертеже 30 дана дуга AD некоторой окружности, $\smile AC = \smile BD$.

Доказать, что $\smile AB = \smile CD$.

§ 6. Центральный угол. Измерение дуг и углов.

Центральный угол.

95. Дуга AmB (черт. 31) окружности с центром в точке O равна 300°. Чему равен меньший из центральных углов AOB?

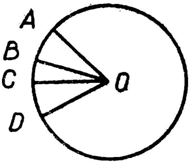
Черт. 31.

96. 1) В окружности с центром в точке O $\smile AB = \smile CD$ (черт. 32). Доказать, что $\angle AOC = \angle BOD$.

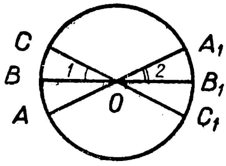
2) Дуги ABC и BCD окружности с центром в точке O равны (черт. 32). Доказать, что $\angle AOB = \angle COD$.

97. В окружности с центром в точке O (черт. 33) проведены три диаметра AA_1, BB_1 и CC_1 так, что $\smile AB = \smile BC$. Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

98. В окружности с центром в точке O (черт. 33) проведены три диаметра AA_1, BB_1 и CC_1 так, что $\angle 1 = \angle 2$. Доказать, что $\smile AB = \smile BC$.



Черт. 32.



Черт. 33.

Градусное измерение углов.

99. Начертить острый и тупой углы и измерить их транспортиром.

100. При помощи транспортира построить перпендикуляр к данной прямой через точку, данную на этой прямой.

101. Сколько градусов содержит дуга, равная: а) $\frac{1}{2}$ окружности; б) $\frac{1}{3}$ окружности; в) $\frac{1}{4}$ окружности; г) $\frac{1}{45}$ окружности?

102. Какую часть окружности составляют дуги, равные 27°; 135°?

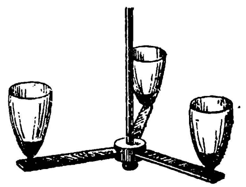
103. Сколько градусов содержит угол, равный: а) d; б) $\frac{2}{3}d$; в) $\frac{3}{8}d$; г) $0{,}8\,d$?

104. Какую часть прямого угла составляют углы, равные: а) 45°; б) 30°; в) 10°; г) 18°; д) 72°; е) 150°?

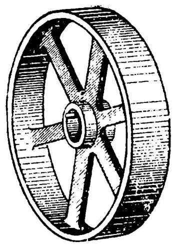
105. Найти наименьший угол, который образуют между собой: а) кронштейны люстры (черт. 34); б) оси двух соседних спиц колеса (черт. 35).

106. 1) На сколько градусов повернётся минутная стрелка за: а) 20 минут; б) 10 минут?

2) На сколько градусов повернётся часовая стрелка за: а) 2 часа; б) 15 мин.; в) 30 сек.?



Черт. 34.



Черт. 35.

107. Колесо делает 15 оборотов в минуту. На какой угол оно повернётся за 1 секунду?

108. Построить при помощи транспортира углы, равные 30°, 85°, 72°, 60°, 170°.

109. Начертить две прямые, пересекающиеся: а) под углом 62°; б) под углом 154°.

110. 1) Построить угол, равный половине угла ABC (черт. 17).

2) Построить угол, равный $\frac{2}{5}$ угла ABC (черт. 17).

111. 1) Точки A и B находятся на сторонах угла, равного 48°, на расстоянии 40 *мм* и 50 *мм* от его вершины. Построить эту фигуру и измерить расстояние между точками A и B.

2) Точки M и N находятся на сторонах угла, равного 164°, на расстоянии 28 *мм* и 39 *мм* от его вершины. Построить эту фигуру и измерить расстояние между точками M и N.

112. Вычислить величину угла, если смежный с ним угол равен: а) 72°; б) 65°28′; в) 171°28′20″.

113. Сумма трёх углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 306°. Найти эти углы.

114. Может ли сумма трёх углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, быть равной 150°? Обосновать ответ.

115. Найти величину угла, образованного биссектрисами двух пар вертикальных углов, имеющих общие стороны.

116. 1) Построить на местности углы, равные: 90°; 60° и 130°.

2) Измерить угол, под которым видно какое-нибудь здание (в вертикальной плоскости).

117. Назовите все известные вам приборы для построения и измерения углов, используемые при выполнении чертежей, в мастерских, на производстве, при выполнении измерительных работ на местности.

ГЛАВА II.

ТРЕУГОЛЬНИКИ.

§ 7. Понятие о многоугольнике. Треугольник и его элементы.

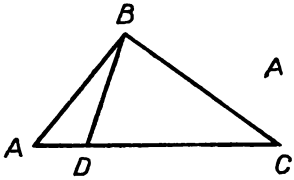
Многоугольник.

118. Начертить выпуклые четырёхугольник и пятиугольник и провести в них все диагонали. Сколько диагоналей имеет каждый из этих многоугольников?

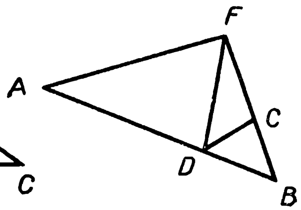
119. 1) На сколько треугольников делится выпуклый пятиугольник диагоналями, проведёнными из одной его вершины? Решить эту задачу для семиугольника и восьмиугольника.

2) Выразить в общем виде число треугольников, на которые делится выпуклый n-угольник диагоналями, проведёнными из одной его вершины.

120. Доказать, что два внешних угла многоугольника, построенные при одной из его вершин, равны.



Черт. 36.



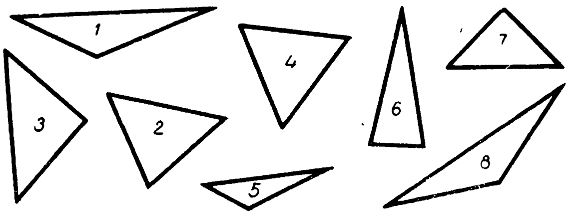
Черт. 37

Треугольник и его элементы.

121. Перечислить все треугольники, изображённые на чертежах 36 и 37.

122. На чертеже 38 изображены восемь треугольников. Укажите вид каждого треугольника.

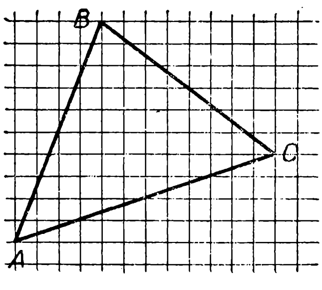
123. 1) Перечертить в тетрадь по клеточкам треугольник ABC (черт. 39) и провести в нём все высоты. Измерить их.



Черт. 38.

2) Перечертить в тетрадь по клеточкам треугольник ABC (чёрт. 39), провести в нём все медианы и измерить их.

3) Перечертить в тетрадь по клеточкам треугольник ABC (черт. 39), провести в нём все биссектрисы и измерить их.



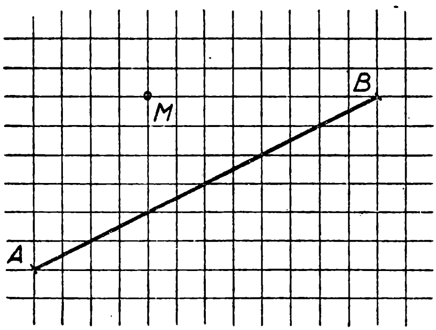
Черт. 39.

124. 1) Начертить треугольник с прямым углом и провести в нём из вершины острого угла высоту, медиану и биссектрису.

2) Начертить треугольник с тупым углом и провести в нем из вершины острого угла высоту, медиану и биссектрису.

125*. Вершина A остроугольного треугольника ABC находится вне чертежа. Найти основание высоты треугольника ABC, проходящей через вершину A[1].

126. Перечертить в тетрадь отрезок AB и точку M, данные на чертеже 40.



Черт. 40.

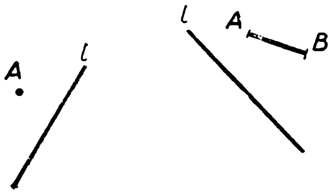
Построить треугольник ABC, считая отрезок AB стороной искомого треугольника, а точку M: а) точкой пересечения его высот, б) точкой пересечения его биссектрис.

127. Доказать, что медиана, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, делит его на два треугольника, периметры которых равны.

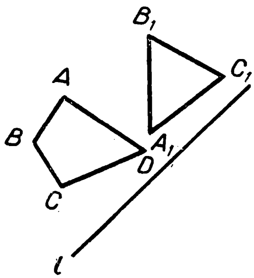
128. Через вершину равнобедренного треугольника, основание и боковая сторона которого соответственно равны 10 *см* и 13 *см*, проведена медиана. Найти её длину, если известно, что периметр одного из образовавшихся треугольников равен 30 *см*.

§ 8. Симметрия относительно прямой.

129. Построить: а) точку, симметричную данной точке относительно данной оси (черт. 41); б) отрезок, симметричный данному отрезку относительно данной оси (черт. 41).



Черт. 41.



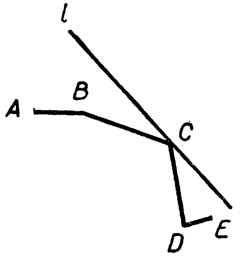
Черт. 42.

130. Построить: а) треугольник, симметричный данному треугольнику относительно данной оси; б) четырёхугольник, симметричный данному четырёхугольнику относительно данной оси (черт. 42).

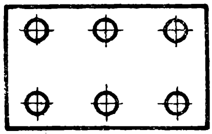
131. Построить ломаную, симметричную ломаной $ABCDE$ относительно данной оси l (черт. 43).

[1] Задачи, отмеченные звёздочкой, повышенной трудности.

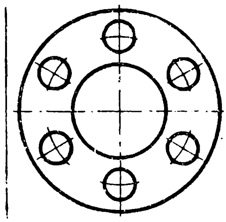
132. Вырезать из бумаги квадрат, прямоугольник и круг и, перегибая бумагу, установить, сколько осей симметрии имеют эти фигуры.



Черт. 43.



Черт. 44.



Черт. 45.

133. Сколько осей симметрии имеет каждая из фигур, данных на чертежах 44 и 45?

134*. 1) Построить луч, симметричный данному относительно данной оси.

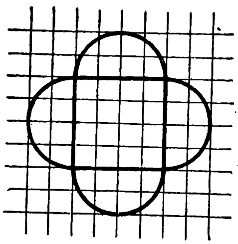
2) Построить прямую, симметричную данной относительно данной оси.

3) Построить угол, симметричный данному относительно данной оси.

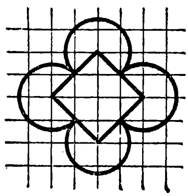
135. 1) Построить ось симметрии данного отрезка.

2) Построить ось симметрии двух данных точек.

136. Перечертить в тетрадь фигуры, данные на чертежах 46 и 47, и провести все их оси симметрии.



Черт. 46.



Черт. 47.

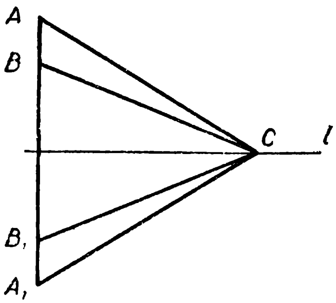
137. 1) Отрезок AC перпендикулярен прямой l и делится в точке пересечения с этой прямой пополам. Точка B находится на прямой l. Доказать, что точка B находится на одинаковом расстоянии от точек A и C.

2) На чертеже 48 точки A и A_1 симметричны относительно прямой l, точки B и B_1 находятся на отрезке AA_1 и $AB = A_1B_1$, точка C находится на прямой l. Доказать, что отрезки CB и CB_1 равны.

138. 1) Точки B и B_1, симметричные относительно прямой l, соединены отрезками прямых с точками A и C, лежащими на этой прямой. Доказать, что: а) $\angle BAC = \angle B_1AC$; б) $\angle BCA = \angle B_1CA$; в) $\angle ABC = \angle AB_1C$.

2) Точки B и B_1, симметричные относительно прямой l, соединены с точками A и C, лежащими на этой прямой. Доказать, что треугольник ABC равен треугольнику AB_1C.

139. Дана прямая l и точки M и N, расположенные по одну сторону от неё. На прямой l найти такую точку C, чтобы сумма отрезков MC и CN была наименьшей.



Черт. 48

Указание. Свести задачу к задаче 38.

140. Дана прямая AB и точки M и N, расположенные по одну сторону от неё. На прямой AB найти такую точку C, чтобы $\angle ACM = \angle NCB$.

141. В окружности проведена хорда CD, перпендикулярная диаметру AB, и концы хорды CD соединены с концами диаметра AB. Доказать равенство хорд AC и AD и равенство хорд BC и BD.

142. 1) В окружности проведены диаметр AB и хорды AC и AD, образующие с диаметром равные углы. Доказать, что точки C и D симметричны относительно диаметра AB и хорды AC и AD равны.

2) В окружности проведены диаметр AB и хорды AC и AD, образующие с диаметром равные углы. Провести хорды BC и BD и доказать, что треугольник ABC равен треугольнику ABD.

Свойства равнобедренного треугольника.

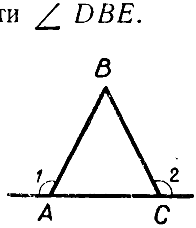
143. 1) На чертеже 49 $AB = BC$. Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

2) В треугольнике ABC $AB = BC$, стороны AC и BC продолжены, как указано на чертеже 50. Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

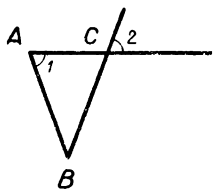
144. В треугольнике ABC, в котором $\angle A = 38°$, $\angle B = 110°$, $\angle C = 32°$, проведены два отрезка BD и BE так, что $BD = AD$, $BE = EC$ (черт. 51). Найти $\angle DBE$.

145. На чертеже 52 $AB = BC$; $CD = DE$. Доказать, что $\angle BAC = \angle CED$.

146. Медиана равнобедренного треугольника делит его периметр на части, равные 12 *см* и 9 *см*. Найти стороны треугольника (два решения).

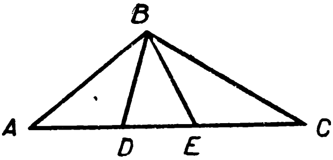


Черт. 49.

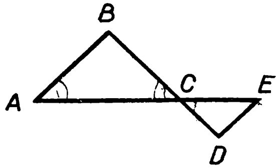


Черт. 50.

147. Построить треугольник, провести в нём медиану и измерить медиану и стороны треугольника. На основании полученных данных проверить, что: а) медиана треугольника меньше его полупериметра; б) каждая сторона треугольника меньше его полупериметра.



Черт. 51.



Черт. 52.

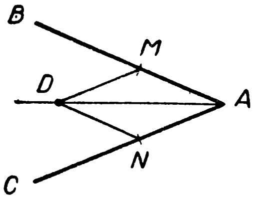
§ 9. Равенство треугольников.

Равенство треугольников по двум сторонам и углу между ними.

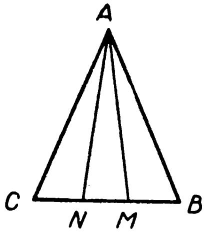
148. 1) Построить треугольник по двум его сторонам, равным 6,4 *см* и 4,6 *см*, и углу между ними, равному 68°. Из вершины угла в 68° провести высоту треугольника и измерить её.

2) Построить треугольник по двум сторонам, равным 62 *мм* и 54 *мм*, и углу между ними, равному 154°. Из вершины меньшего угла треугольника провести высоту и измерить её.

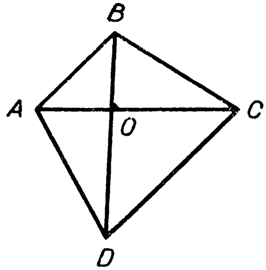
149. На сторонах угла BAC отложены равные отрезки AM и AN (черт. 53); произвольная точка D биссектрисы этого угла соединена с точками M и N. Доказать, что $DM = DN$.



Черт. 53.



Черт. 54.



Черт. 55.

150. 1) В равнобедренном треугольнике ABC на основании BC отложены равные отрезки BM и NC (черт. 54). Доказать, что вершина A одинаково удалена от точек M и N.

2) В треугольнике ABC (черт. 54) $AB = AC$, $BM = NC$. Доказать, что $\angle AMN = \angle ANM$.

151. В четырёхугольнике $ABCD$ (черт. 55) AC и BD — диагонали, $AO = OB$ и $DO = OC$. Доказать равенство сторон AD и BC.

152. Доказать, что равнобедренные треугольники равны, если боковая сторона и угол при вершине одного треугольника равны боковой стороне и углу при вершине другого треугольника.

153. Медиана AD треугольника ABC продолжена за основание BC на отрезок DE, равный отрезку AD, и точка E соединена с

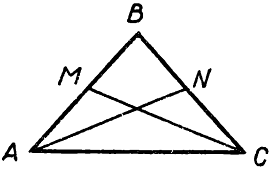
точкой C отрезком прямой. Найти величину угла ACE, если $\angle ACD = 56°$ и $\angle ABD = 40°$.

154. 1) Доказать, что в равнобедренном треугольнике медианы, проведённые к боковым сторонам, равны.

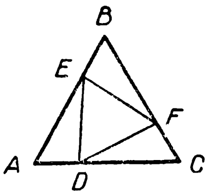
2) На сторонах равнобедренного треугольника ABC от его вершины B отложены равные отрезки BM и BN (черт. 56). Доказать, что отрезки CM и AN равны.

155. Доказать, что в равных треугольниках медианы, проведённые к равным сторонам, равны.

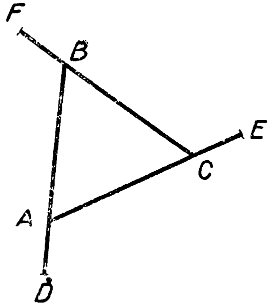
156. 1) На сторонах равностороннего треугольника ABC отложены, как указано на чертеже 57, равные отрезки AD, CF и BE и точки D, E и F соединены отрезками прямых. Доказать, что треугольник DEF — равносторонний.



Черт. 56.



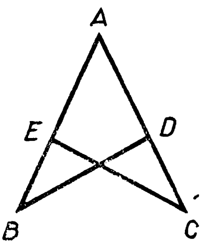
Черт. 57.



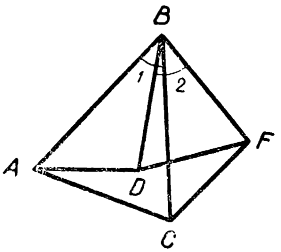
Черт. 58.

2) Стороны равностороннего треугольника ABC продолжены, как указано на чертеже 58, и на их продолжениях отложены равные отрезки AD, CE и BF. Доказать, что точки D, F и E являются вершинами равностороннего треугольника.

157. На чертеже 59 $AB = AC$, $AE = AD$. Доказать, что $BD = CE$.



Черт. 59



Черт. 60.

158. На чертеже 60 $AB = BC$, $BD = BF$, $\angle 1 = \angle 2$. Найти на этом чертеже равные треугольники.

159. Построить четырёхугольник, равный данному, использовав признак равенства треугольников по двум сторонам и углу, заключённому между ними.

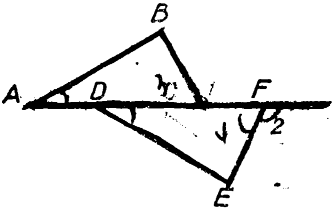
Равенство треугольников по стороне и двум прилежащим к ней углам.

160. 1) Построить треугольник по стороне, равной 5,2 *см*, и прилежащим к ней углам, равным 30° и 125°.

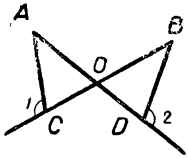
2) Построить равнобедренный треугольник по основанию, равному 57 *мм*, и прилежащему к нему углу, равному 48°.

161. На чертеже 61 дана фигура, у которой $AD = CF$, $\angle BAC = \angle EDF$, $\angle 1 = \angle 2$. Доказать, что $\triangle ABC = \triangle DEF$.

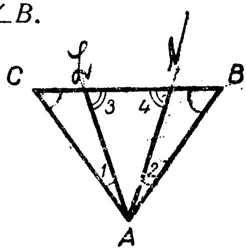
162. Лучи AD и BC пересекаются в точке O (черт. 62), $\angle 1 = \angle 2$, $OC = OD$. Доказать, что $\angle A = \angle B$.



Черт. 61.



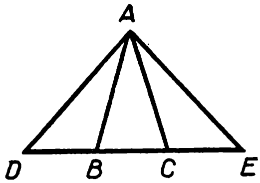
Черт. 62.



Черт. 63.

163. 1) В треугольнике ABC $AB = AC$ и $\angle 1 = \angle 2$ (черт. 63). Доказать, что $\angle 3 = \angle 4$.

2) На чертеже 64 $AD = AE$, $\angle CAD = \angle BAE$. Доказать, что $BD = CE$.



Черт. 64.

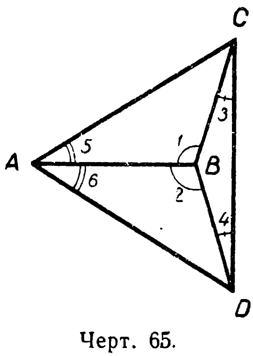
164. 1) Доказать, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

2) Доказать, что в равных треугольниках биссектрисы равных углов равны.

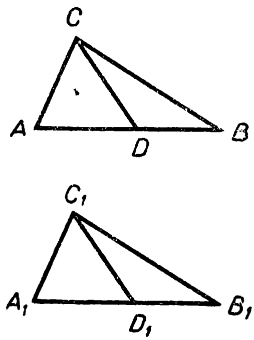
165. Доказать, что равнобедренные треугольники равны, если основание и прилежащий к нему угол одного треугольника равны основанию и прилежащему к нему углу другого треугольника.

166. В четырёхугольнике $ABCD$ (черт. 55) $\angle DAB = \angle CBA$ и диагонали AC и BD образуют со стороной AB равные углы. Доказать, что диагонали четырёхугольника равны.

167. На чертеже 65 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$. Доказать, что $\angle 3 = \angle 4$.



Черт. 65.



Черт. 66.

168. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны (черт. 66). Отрезки CD и C_1D_1 образуют со сторонами CB и C_1B_1 равные углы BCD и $B_1C_1D_1$. Доказать, что $AD = A_1D_1$.

169. 1) Доказать, что прямая, перпендикулярная биссектрисе угла, отсекает на его сторонах равные отрезки.

2) Через данную точку, лежащую внутри данного угла провести прямую, отсекающую от сторон данного угла, равные отрезки.

Равенство треугольников по трём сторонам.

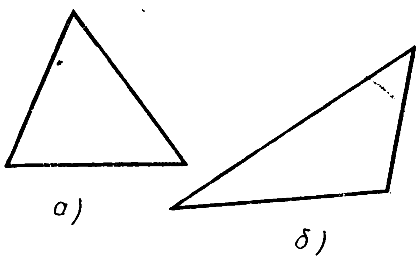
170. 1) Построить треугольник, равный данному (черт. 67).

2) Построить треугольник по трём сторонам b, d и e (черт. 68).

3) Построить треугольник со сторонами, равными 4,5 *см*, 7,2 *см*, 6,5 *см*.

171. 1) Построить равнобедренный треугольник по сторонам, равным 65 *мм* и 20 *мм*, и провести в нём ось симметрии.

2) Построить равносторонний треугольник со стороной, равной 10 *см*, и провести в нём все оси симметрии.



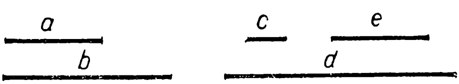
Черт. 67.

172. 1) Построить треугольник, стороны которого равны 80 *мм*, 72 *мм* и 95 *мм*, провести все его высоты и измерить их.

2) Построить треугольник по сторонам $AB = 12$ *см*, $BC = 6$ *см*, $AC = 8$ *см*. Из вершины C провести биссектрису и медиану, измерить их.

173. Могут ли быть треугольники со сторонами: а) 15 *м*, 18 *м*, 17 *м*; б) 24 *м*, 3 *м*, 14 *м*; в) 0,8 *м*, 1,6 *м*, 0,2 *м*; г) 35 *см*, 5 *м*, 1 *дм*?

174. 1) На чертеже 68 даны пять отрезков a, b, c, d и e. Могут ли быть сторонами треугольника отрезки: а) a, b и c; б) a, c и e; в) b, d и c; г) b, d и e?



Черт. 68.

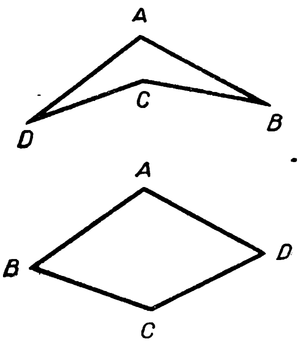
2) Начертить три произвольных отрезка и построить треугольник, стороны которого были бы равны этим отрезкам. Какому условию должны удовлетворять длины отрезков?

175. 1) Может ли быть треугольник со стороной, равной 52 *мм*, и периметром, равным 100 *мм*?

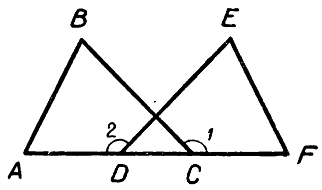
2) Одна из сторон треугольника равна 24 *см*, другая сторона равна 40 *см*. Найти третью сторону треугольника, если известно, что она в два раза меньше одной из данных сторон.

176. Две стороны равнобедренного треугольника равны: а) 2 *см* и 6 *см*; б) 15 *см* и 14 *см*; в) 8 *см* и 1 *дм*; г) 3 *дм* и 10 *см*. Какие из этих сторон могут быть основанием равнобедренного треугольника?

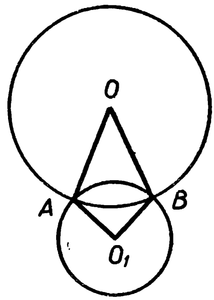
177. Длины двух сторон равнобедренного треугольника относятся, как 3 : 8. Найти все стороны треугольника, если его периметр равен 38 *см*.



Черт. 69.



Черт. 70.



Черт. 71.

178. 1) Периметр равнобедренного треугольника равен 18 *см*. Найти его стороны, если известно, что одна из сторон равна 7 *см*. Сколько решений имеет задача?

2) Периметр равнобедренного треугольника равен 20 *см*, одна из его сторон в два раза больше другой. Найти стороны треугольника.

179. Построить треугольник по двум сторонам a и b и медиане m_a, проведённой к стороне a.

180. На чертеже 69 $AB = AD$ и $DC = BC$. Доказать, что а) $\angle ADC = \angle ABC$; б) отрезок AC является биссектрисой угла BAD.

181. На чертеже 70 $AD = CF$, $AB = EF$, $BC = DE$. Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

182. Две окружности с центрами в точках O и O_1 пересекаются в двух точках A и B (черт. 71). Доказать, что $\angle OBO_1 = \angle OAO_1$.

183. Построить четырёхугольник, равный данному, использовав признак равенства треугольников по трём сторонам.

Построение и признаки равенства прямоугольных треугольников.

184. Построить прямоугольный треугольник: а) по двум катетам, равным 4,7 *см* и 6,5 *см*; б) по катету, равному 48 *мм*, и прилежащему углу, равному 54°.

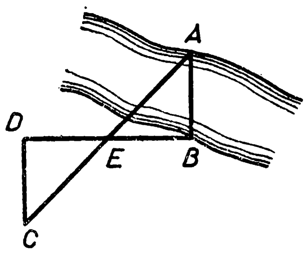
185. Построить прямоугольный треугольник: а) по двум катетам a и b; б) по катету a и прилежащему углу, равному α.

186. 1) Построить равнобедренный треугольник по основанию a и высоте h.

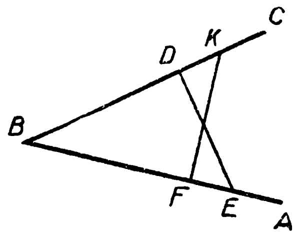
2) Построить равнобедренный треугольник по высоте и углу при вершине.

187. В равнобедренном треугольнике ABC точки D и E взяты на основании AC так, что $AD = CE$. Из точек D и E к основанию проведены перпендикуляры до пересечения с боковыми сторонами треугольника соответственно в точках M и N. Доказать, что $DM = EN$.

188. На чертеже 72 $AB \perp DB$ и $DC \perp DB$, $DE = BE$. Доказать, что расстояние AB равно длине отрезка DC.



Черт. 72.

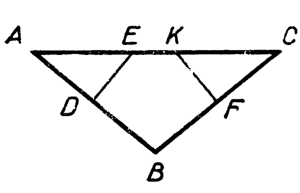


Черт. 73

189. Доказать, что треугольник является равнобедренным, если совпадают проведённые из одной вершины: а) высота и медиана; б) биссектриса и высота.

190. 1) На чертеже 73 $BD = BF$, $DE \perp BC$, $FK \perp AB$. Доказать, что $DE = FK$.

2) На чертеже 74 $AD = DB = BF = FC$, $DE \perp AB$, $FK \perp BC$. Доказать, что $DE = FK$.



Черт. 74.

191. Укажите несколько способов определения расстояния между двумя точками, если его нельзя измерить непосредственно.

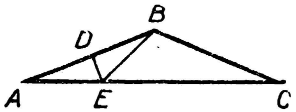
192. Точка F, взятая на высоте CD равнобедренного треугольника ABC ($AC = BC$), соединена с его вершинами при основании. Доказать, что $AF = BF$.

193. Построить прямоугольный треугольник по катету a и гипотенузе c.

Свойство перпендикуляра, проведённого к отрезку через его середину.

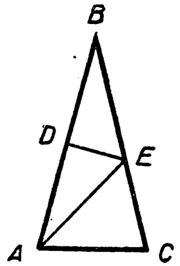
194. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, $AB = AD$. Доказать, что $BC = CD$.

195. В треугольнике ABC (черт. 75) $AB = BC = 14$ *см*. Перпендикуляр, проведённый к боковой стороне AB через её середину (точку D), пересекает основание треугольника в точке E. Точка E соединена с точкой B. Найти основание AC треугольника ABC, если периметр треугольника BEC равен 40 *см*.



Черт. 75.

196 *. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 18$ *см*. Из точки D, середины стороны AB, проведён перпендикуляр DE к стороне AB до пересечения со стороной BC (черт. 76). Полученная точка E соединена с точкой A. Периметр треугольника AEC равен 27 *см*. Определить длину AC.



Черт. 76.

197. 1) Начертить прямые, расположенные, как указано на чертеже 26, и через точку A провести к ним перпендикуляры [1].

2) Начертить отрезок и разделить его при помощи циркуля и линейки на две равные части (на четыре равные части; на восемь равных частей).

3) При помощи циркуля и линейки найти $\frac{3}{4}$ отрезка a, данного на чертеже 5.

Соотношения между сторонами и углами треугольника.

198. 1) В треугольнике ABC $AB = 4$ *см*, $BC = 5$ *см*, $AC = 6$ *см*. Сравнить углы A, B и C этого треугольника.

2) В треугольнике ABC $BC > AC > AB$. Какой из углов больше: а) угол B или угол A; б) угол C или угол A?

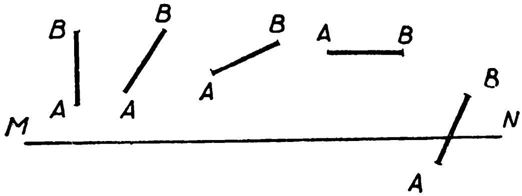
199. Какой вид имеет треугольник, если известно, что: а) два его угла равны между собой; б) три его угла равны между собой?

[1] Задачу решить при помощи циркуля и линейки.

Проекция отрезка на прямую. Перпендикуляр и наклонные.

200. Построить проекции равных отрезков, расположив их так, как это указано на чертеже 77. В каком случае проекция отрезка будет наименьшей? В каком случае проекция отрезка будет наибольшей (без доказательства)?

201. Из точки, взятой на расстоянии 4 *см* от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с этой прямой углы, равные 50°. Выполнить построение и измерить:



Черт. 77.

а) длины наклонных; б) расстояние между основаниями наклонных.

Как найти проекцию одной из наклонных, если известно расстояние между основаниями наклонных?

202. Из точки, взятой на расстоянии 6,5 *см* от прямой, провести к ней две наклонные длиной 9 *см* и 7,5 *см*. Измерить расстояние между основаниями наклонных для двух случаев расположения наклонных.

Деление угла пополам.

203. 1) Начертить произвольный угол. Найти построением: а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{8}$ этого угла.

2) Построить треугольник, один из углов которого был бы равен данному, а другой — его половине.

204. При помощи циркуля и линейки построить углы, равные 90°, 45°, 135°, 22°30′.

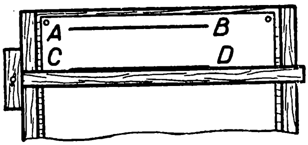
ГЛАВА III.

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ.

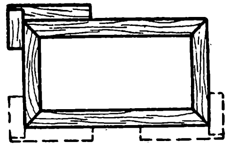
§ 10. Признаки параллельности.

205. На чертеже 78 показан прием построения параллельных прямых при помощи рейсшины. Откуда следует, что прямые AB и CD параллельны?

206. При изготовлении в мастерской прямоугольной рамки ученик проверил угольником, как это указано на чертеже 79, углы рамки. Они оказались прямыми. Как доказать, что противоположные стороны рамки параллельны?



Черт. 78.

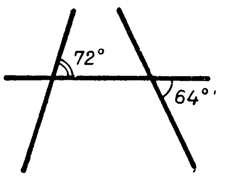


Черт. 79.

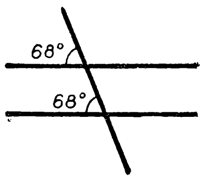
Углы, образованные двумя прямыми и секущей.

207. Начертить две прямые и их секущую. Пронумеровать полученные углы и указать, какие из них будут соответственными, внутренними накрест лежащими, внешними накрест лежащими, внутренними и внешними односторонними.

208. На чертеже 80 и чертеже 81 даны величины двух углов. Вычислить все остальные углы, образовавшиеся при пересечении двух прямых третьей прямой.



Черт. 80.



Черт. 81.

Признаки параллельности.

209. На чертежах 82—84 показаны приёмы построения параллельных прямых при помощи рейсшины, чертёжного треугольника и линейки, столярного угольника. Почему во всех случаях прямые a, b и c будут параллельны?

210. Через данную точку провести прямую, параллельную данной прямой: а) при помощи чертёжного треугольника и линейки; б) при помощи транспортира и линейки.

211. Прямые MN и OP пересечены третьей прямой (черт. 85). Определить, параллельны ли прямые MN и OP.

У к а з а н и е. Выяснить, какие углы для этого надо измерить.

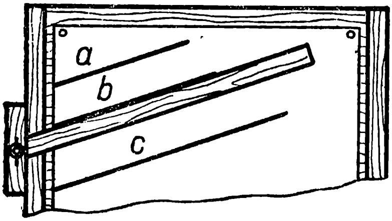
212. На чертеже 86 $\angle 1 = 72°$, $\angle 2$ в 1,5 раза меньше смежного с ним. Доказать, что прямые AB и CD параллельны.

213. 1) На чертеже 87 $\angle AOE = 100°$, разность углов DKF и FKC составляет 20°. Доказать, что прямые AB и CD параллельны.

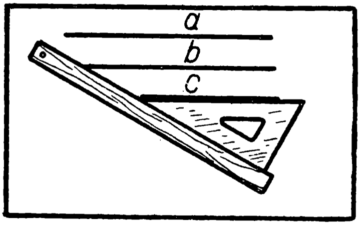
2) Две прямые AB и CD пересечены третьей прямой EF, при этом $\angle CKF = 72°$, $\angle BOK = 108°$ (черт. 87). Доказать, что прямые AB и CD параллельны.

3) На чертеже 87 $\angle BOK + \angle FKC = 2d$. Доказать, что прямые AB и CD параллельны.

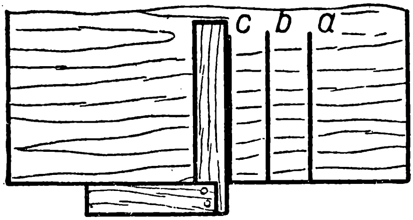
214. 1) Доказать, что две различные прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.



Черт. 82.



Черт. 83.



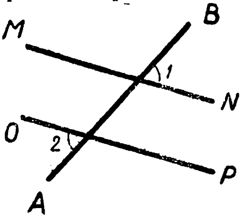
Черт. 84.

Указание. Провести прямую, пересекающую три данные прямые.

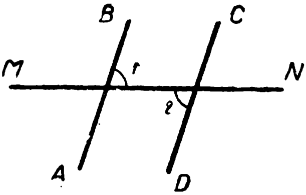
2) Доказать, что данные на чертеже 88 прямые AB и CD параллельны.

Указание. Использовать условие задачи 214(1).

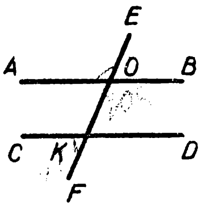
215. Доказать, что биссектрисы двух внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой, составляют прямой угол.



Черт. 85.



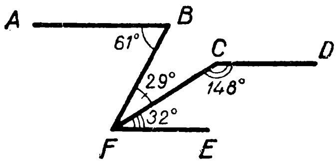
Черт. 86



Черт. 87.

216. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, причём $AO = OC$ и $BO = OD$. Доказать, что противоположные стороны четырёхугольника параллельны.

217. В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC составляет равные углы со всеми его сторонами. Доказать, что противоположные стороны четырёхугольника параллельны.



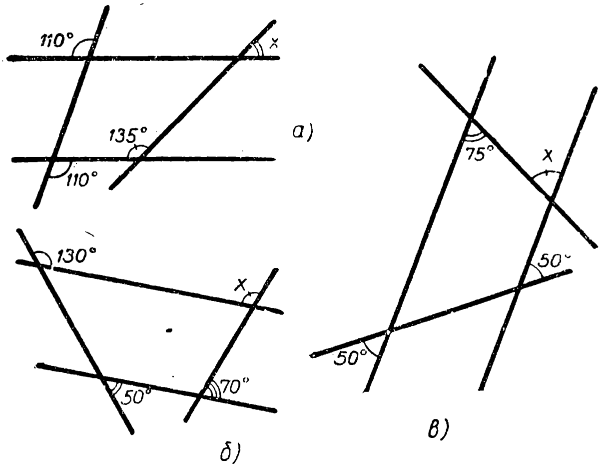
Черт. 88.

218. На чертеже 52 отрезки BD и AE пересекаются в точке C, $AB = BC$, $CD = DE$. Доказать, что $AB \| DE$.

§ 11. Свойства углов, образующихся при пересечении двух параллельных прямых третьей.

219. Параллельные прямые AB и CD пересечены прямой EF. Один из полученных углов равен 58°. Вычислить остальные семь углов.

220. Найти величину углов x (черт. 89).

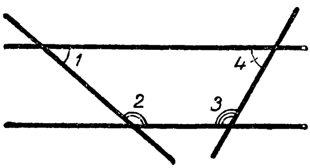


Черт. 89.

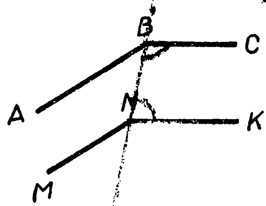
221. 1) Найти все углы четырёхугольника $ABCD$, если $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 138°$, $\angle CDA = 52°$.

2) На чертеже 90 $\angle 1 + \angle 2 = 2d$. Доказать, что $\angle 3 + \angle 4 = 2d$.

222. Стороны угла MNK соответственно параллельны сторонам угла ABC (черт. 91). Угол ABC равен 145°. Найти величину угла MNK.



Черт. 90.



Черт. 91.

Указание. Провести через точки B и N прямую и рассмотреть полученные углы.

223. Доказать, что биссектрисы двух соответственных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, параллельны.

224. 1) Доказать, что прямая, пересекающая две стороны треугольника и параллельная его третьей стороне, отсекает от него треугольник, углы которого соответственно равны углам данного треугольника.

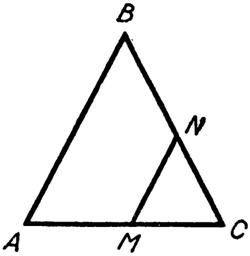
2) В треугольнике ABC $\angle A = 42°$, $\angle B = 48°$, $\angle C = 90°$. Треугольник пересечён прямой, параллельной стороне AC. Определить углы образовавшегося треугольника.

225. В треугольнике ABC $\angle A = 42°$, $\angle B = 67°$. Определить величину угла C.

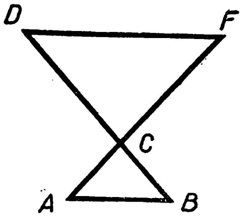
Указание. Через вершину угла C провести прямую, параллельную стороне AB.

226. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны BC и AD параллельны и равны. Сторона AB равна 10 *см* и $\angle BAD$ равен 65°. Найти сторону CD и угол BCD.

227. Отрезки AC и BD в точке пересечения делятся пополам. Соединить последовательно отрезками прямых точки A, B, C и D и доказать, что: а) отрезки AB и CD параллельны и равны; б) отрезки BC и AD параллельны и равны.



Черт. 92.



Черт. 93.

228. На чертеже 92 $AC = BC$ и $MN \| AB$. Доказать, что треугольник MNC — равнобедренный.

229. На чертеже 93 отрезки AF и BD пересекаются так, что $AC = CB$, отрезки AB и DF параллельны. Доказать, что $BD = AF$.

§ 12. Сумма внутренних углов треугольника. Свойство внешнего угла треугольника.

Сумма внутренних углов треугольника.

230. 1) Может ли треугольник иметь: а) два прямых угла; б) два тупых угла; в) один угол прямой, а другой острый?

2) Какому условию должна удовлетворять сумма острого и тупого углов тупоугольного треугольника?

231. 1) Можно ли построить треугольник, чтобы каждый его угол был: а) меньше 60°; б) больше 60°?

2) Может ли треугольник иметь такие внутренние углы: а) 78°, 56°, 63°; б) 42°, 89°, 49°?

232. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен: а) 48°; б) 17°18′; в) 63°4′28″. Вычислить другой острый угол.

233. В треугольнике два угла равны 47° и 56°. Вычислить третий угол.

234. Точка D, взятая внутри треугольника ABC, соединена с вершинами A и C. Доказать, что угол ADC больше угла ABC.

235. Какой вид имеет треугольник, если:

а) один из его углов равен сумме двух других углов;

б) один из его углов больше суммы двух других углов?

236. В остроугольном треугольнике ABC $\angle B = 70°$. Из вершины угла A проведена высота AD. Найти углы образовавшегося треугольника ABD.

237. В треугольнике ABC $\angle A = 65°$, $\angle B = 73°$. Определить углы, которые образует высота треугольника, проведённая из вершины C, со сторонами AC и BC.

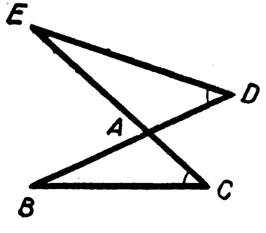
238. На чертеже 94 отрезки EC и BD пересекаются в точке A, $\angle D = \angle C$. Доказать, что $\angle B = \angle E$.

239. В треугольнике ABC (черт. 95) проведён отрезок MN так, что $\angle 1 = \angle 2$. Доказать, что $\angle 3 = \angle 4$.

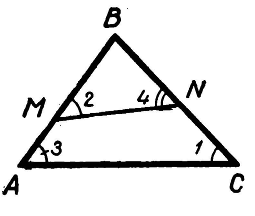
240. На чертеже 96 $\angle 2 = \angle 3$. Доказать, что $\angle 1 = \angle 4$.

241. Из точки, взятой вне прямой, проведены к ней две наклонные, образующие между собой угол, равный 60°. Длина каждой наклонной равна 18 *см*. Найти проекции наклонных на эту прямую.

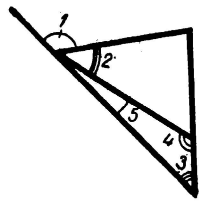
242. Из точки, взятой вне прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с ней углы, равные 60°. Расстояние между основаниями наклонных равно 16 *см*. Найти длины наклонных.



Черт. 94.



Черт. 95.



Черт. 96.

243. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен: а) 72°; б) 16°48′. Вычислить углы при его основании.

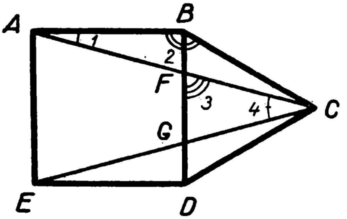
244. Один из углов при основании равнобедренного треугольника равен: а) 17°; б) 46°7′. Вычислить угол при его вершине.

245. Биссектриса угла при вершине равнобедренного треугольника составляет с боковой стороной угол, равный 15°24′. Найти все внутренние углы треугольника.

246. В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, в два раза меньше этого основания. Найти углы треугольника.

247. На чертеже 97 изображена фигура, состоящая из квадрата и равностороннего треугольника. Найти величину углов 1, 2, 3 и 4.

248. Доказать, что треугольник будет прямоугольным, если медиана треугольника, проведённая к большей его стороне, равна её половине.

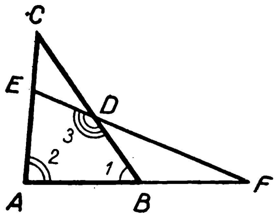


Черт. 97.

249. В треугольнике ABC $\angle A = 35°$, $\angle B = 68°$. Через вершину B проведён отрезок BD (точка D лежит на стороне AC) так, что $BC = CD$. Найти меньший из углов, вершины которых находятся в точке D.

250. В треугольнике ABC (черт. 98) $\angle 1 = 55°$, $\angle 2 = 84°$. Прямая DE пересекает треугольник ABC так, что $\angle 3 = 140°$. Определить углы треугольников BDF и CDE.

251. В треугольнике ABC $\angle A = 65°$, $\angle B = 73°$. Биссектриса CD угла C делит треугольник на два треугольника — CBD и ACD. Определить углы этих треугольников.



Черт. 98.

252. В треугольнике два угла равны соответственно 65° и 42°. Найти, под каким углом пересекаются биссектрисы этих углов.

253. В треугольнике ABC $\angle A = 44°$, $\angle B = 57°$. Определить, под каким углом пересекаются биссектрисы углов A и C.

254. 1) Острый угол прямоугольного треугольника равен 24°. Найти углы, образованные биссектрисами этого и прямого углов треугольника.

2) Найти углы между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника.

255. 1) Найти, под каким углом пересекаются биссектрисы двух углов треугольника, если третий угол равен 28°.

2) Найти, под каким углом пересекаются биссектрисы острых углов тупоугольного треугольника, если тупой угол равен 135°.

256. В треугольнике ABC $\angle A = 42°$, $\angle B = 86°$. Через вершины A и B проведены прямые, параллельные противоположным сторонам треугольника. Найти меньший из углов, образованных этими прямыми.

257. 1) В треугольнике ABC $\angle A = 60°$, $\angle C = 72°$. Определить меньший угол между высотами, проведёнными через вершины углов A и C.

2) Найти меньший угол между двумя высотами равностороннего треугольника.

258. Построить прямоугольный треугольник:

а) по катету, равному 6,2 *см*, и противолежащему углу, равному 65°; б) по гипотенузе, равной 6,5 *см*, и острому углу, равному 42°.

259. Построить прямоугольный треугольник: а) по катету a и противолежащему углу α; б) по гипотенузе c и острому углу α.

260. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник по его гипотенузе.

261. Доказать, что равнобедренные треугольники равны, если у них равны основания и углы при вершине.

262. Измерить длины всех высот прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 6 *см*, а острый угол равен 40°.

263. Два отрезка AB и CD пересекаются в точке O и делятся в этой точке пополам. Точки A и D и точки C и B соединены отрезками прямых. Доказать, что точка O одинаково удалена от отрезков AD и CB.

264. В треугольнике ABC через вершину C проведена медиана CD. Доказать, что высоты треугольников DBC и DAC, проведённые из вершин B и A, равны.

265. Даны точки A, B и C, не лежащие на одной прямой. Через точку B провести прямую так, чтобы отрезки перпендикуляров, проведённых из точек C и A к этой прямой до пересечения с ней (расстояния от точек C и A до прямой), были бы равны между собой.

Свойство внешнего угла треугольника.

266. Один из внешних углов треугольника равен 95°. Чему равна сумма двух внутренних углов, с ним не смежных?

267. 1) В треугольнике ABC $\angle C = 35°$, внешний угол треугольника при вершине B равен 72°. Определить все внутренние углы треугольника ABC.

2) Внешний угол прямоугольного треугольника равен 128°. Найти его острые углы. Задача эта может быть решена двумя способами. Укажите их.

268. 1) Какое соотношение существует между внутренним углом при основании равнобедренного треугольника и его внешним углом при вершине?

2) Может ли внешний угол при основании равнобедренного треугольника быть: прямым, острым, тупым?

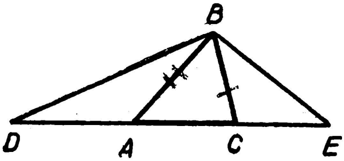
3) Если один из внешних углов треугольника острый, то какими являются остальные внешние углы треугольника? Почему?

269. Доказать, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию треугольника.

270. 1) Внешний угол при вершине равнобедренного треугольника равен 68°. Найти углы при основании треугольника.

2) Внешний угол при вершине равнобедренного треугольника равен 162°. Найти внешний угол при основании треугольника.

271. В треугольнике ABC $\angle A = 48°$, $\angle B = 56°$. На продолжении AC отложены отрезки CE и AD (черт. 99) так, что $BC = CE$ и $AD = AB$. Найти углы треугольника BDE.



Черт. 99.

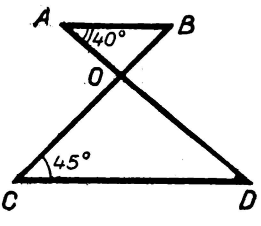
272. Две прямые образуют с третьей прямой углы, равные 48° и 63°. Вычислить величину меньшего угла, образованного этими прямыми. Сколько решений имеет задача? Выполнить для каждого случая чертеж.

273. Внешний угол треугольника равен 90°. Найти величину каждого из внутренних углов, не смежных с ним, если они относятся, как 3 : 5.

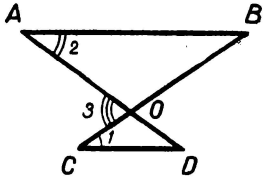
274. 1) Два внутренних угла треугольника равны 62° и 105°. Вычислить сумму их внешних углов.

2) Сумма двух внешних углов треугольника равна 258°. Чему равен внутренний угол треугольника, не смежный ни с одним из них?

275. 1) На чертеже 100 $AB \parallel CD$, отрезки AD и CB пересекаются в точке O. Найти угол BOD.



Черт. 100.



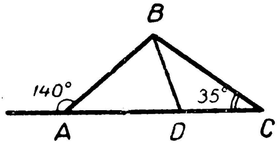
Черт. 101.

2) Доказать, что $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$, если $AB \parallel CD$ (черт. 101).

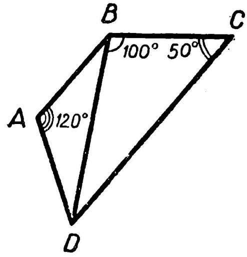
276. В треугольнике ABC $\angle B = 110°$, $\angle C = 50°$, AD — высота треугольника. Доказать, что $\angle DAC = 2\angle DAB$.

277. В равнобедренном треугольнике сумма внутренних углов вместе с одним внешним составляет 310°. Определить внутренние углы треугольника (два решения).

278. В треугольнике ABC (черт. 102) проведён отрезок BD так, что $AB = AD$. Внешний угол при вершине A равен 140°, а угол C равен 35°. Доказать, что $BD = DC$.



Черт. 102.



Черт. 103.

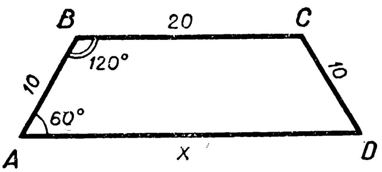
279. Пользуясь чертежом 103, доказать, что $AD = AB$, если $DC \parallel AB$.

Свойство катета, лежащего против угла в 30°.

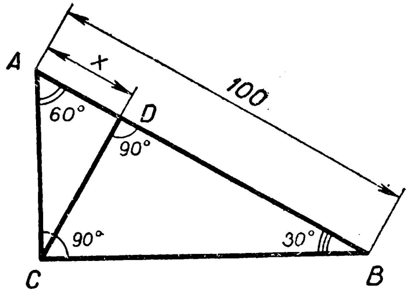
280. Биссектриса угла при вершине равнобедренного треугольника образует с его стороной угол в 60°. Определить высоту треугольника, если его боковая сторона равна 25 *см*.

281. Найти неизвестные размеры отрезков на чертежах 104 и 105.

282. 1) В прямоугольном треугольнике один из углов равен 60°, сумма гипотенузы и меньшего катета равна 45 *см*. Найти длину гипотенузы.



Черт. 104.



Черт. 105.

2) Построить прямоугольный треугольник, если один из его углов равен 60°, а гипотенуза на 5,5 *см* больше его меньшего катета.

283. Отрезок длиной 15 *см* образует с некоторой прямой угол в 60°. Найти проекцию этого отрезка на эту прямую.

284. Из точки, взятой на расстоянии 10 *см* от прямой, проведены к прямой две наклонные, длины которых относятся, как 1 : 2. Меньшая наклонная образует с прямой угол, равный 30°. Определить длины наклонных.

285. Построить равносторонний треугольник по его высоте.

§ 13. Углы с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами.

Углы с соответственно параллельными сторонами.

286. При помощи чертёжного треугольника и линейки построить: а) угол с вершиной в данной точке, равный данному; б) угол с вершиной в данной точке, дополняющий данный до 180°.

287. Построить два угла с соответственно параллельными сторонами так, чтобы: а) эти углы были равны; б) один из углов был острый, а другой тупой.

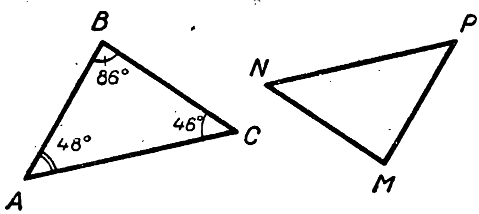
288. Даны два угла с соответственно параллельными сторонами. Найти эти углы, если: а) один из них в четыре раза меньше другого; б) один из них больше другого на 35°.

289. Два угла с соответственно параллельными сторонами относятся, как 2 : 7. Определить эти углы.

290. 1) Как найти величину угла между двумя непараллельными прямыми, точка пересечения которых находится вне чертежа?

2) Как найти величины углов треугольника, если на чертеже даны лишь направления сторон, а вершины треугольника находятся вне чертежа?

291. 1) Две прямые образуют углы, один из которых равен 82°. Через точку, взятую внутри большего угла, проведены прямые, параллельные данным прямым. Определить меньший из углов, образованных проведёнными прямыми.



Черт. 106.

2) Внутри угла, равного 56°, взята точка и через неё проведены прямые, параллельные сторонам этого угла. Найти углы полученного четырёхугольника.

292. В треугольниках ABC и MNP три пары соответственно параллельных сторон (черт. 106). Найти углы треугольника MNP по данным углам треугольника ABC.

Углы с соответственно перпендикулярными сторонами.

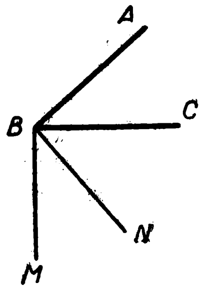
293. 1) Построить угол с вершиной в данной точке, равный данному.

2) Построить угол с вершиной в данной точке, дополняющий данный угол до 180°.

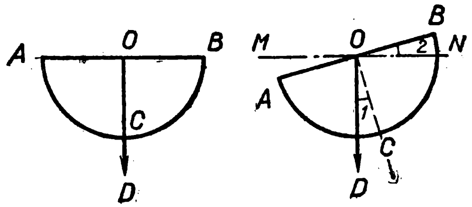
294. Построить два угла с соответственно перпендикулярными сторонами так, чтобы: а) эти углы были равны; б) один из этих углов был острый, а другой тупой.

295. Дан угол ABC, равный 40°. Из вершины угла проведены лучи BM и BN, перпендикулярные сторонам данного угла (черт. 107). Найти величины углов NBM, ABM и CBN.

296. Даны два угла с соответственно перпендикулярными сторонами. Определить эти углы, если: а) один из них больше другого в пять раз; б) один из них меньше другого на 24°.



Черт. 107.



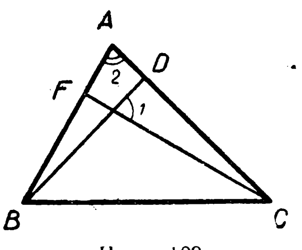
Черт. 108.

297. Два угла с соответственно перпендикулярными сторонами относятся, как 17 : 19. Определить эти углы.

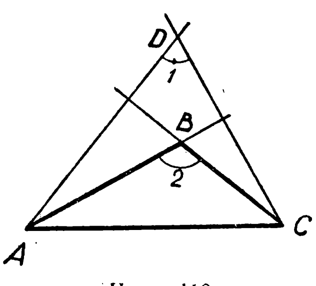
298. Две прямые образуют углы, один из которых равен 36°. Через точку, взятую внутри меньшего угла, проведены прямые, перпендикулярные данным прямым. Определить меньший из углов, образованных проведёнными прямыми.

299. На чертеже 108 даны изображения двух положений эклиметра, сделанного из обычного классного транспортира (OD — отвес). Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

300. Точки A и B, лежащие на сторонах прямого угла C, соединены отрезком прямой. Из вершины прямого угла C к отрезку AB проведён перпендикуляр CD (точка D лежит на отрезке AB). Какие из полученных углов составлены соответственно перпендикулярными прямыми?



Черт. 109.



Черт. 110.

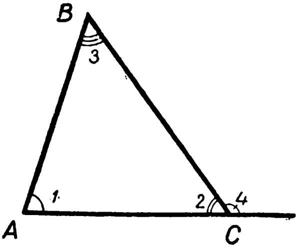
301. 1) Отрезки BD и CF являются высотами треугольника ABC (черт. 109). Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

2) AD и CD — прямые, перпендикулярные сторонам BC и AB треугольника ABC (черт. 110). Доказать, что $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.

ГЛАВА IV.

ПОВТОРЕНИЕ.

302. Написать все соотношения между указанными на чертеже 111 углами треугольника.



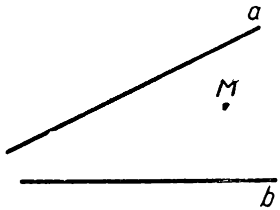
Черт. 111.

303. Построить прямоугольный треугольник по катету, равному 6 *см*, и биссектрисе его прямого угла, равной 4 *см*.

304. Построить равнобедренный треугольник по углу при основании и высоте, проведённой к боковой стороне.

305. Построить треугольник по стороне, медиане, проведённой к другой стороне, и углу, который образует эта медиана с данной стороной.

306 *. Через данную точку M провести прямую, проходящую через лежащую вне чертежа точку пересечения данных прямых a и b (черт. 112).



Черт. 112.

307 *. Даны три прямые, пересекающиеся в одной точке, и точка A, лежащая на одной из них. Построить треугольник с вершиной в точке A так, чтобы его высоты лежали на трёх данных прямых.

308 *. Даны три прямые, пересекающиеся в одной точке, и точка A на одной из них. Построить треугольник с вершиной в точке A так, чтобы его биссектрисы лежали на трёх данных прямых.

Указание. Биссектрисы углов треугольника являются осями симметрии соответствующих углов. Следовательно, точка, симметричная вершине треугольника относительно какой-либо биссектрисы, лежит на соответствующей стороне угла или на её продолжении.

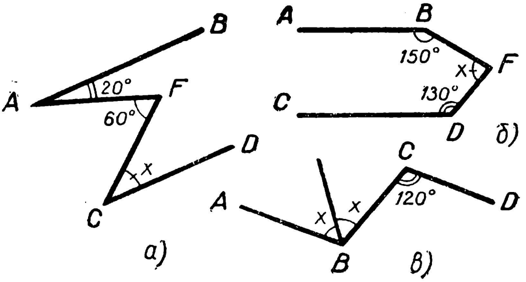
309. Построить проекции сторон AB и BC треугольника ABC на сторону AC (или на её продолжение). Рассмотреть случаи, когда: а) треугольник ABC — остроугольный; б) угол B — прямой, в) угол C — прямой, г) угол C — тупой.

310. Две вешки установлены строго по отвесу. Можно ли утверждать, что они параллельны?

311. Даны две параллельные и их секущая. Биссектриса одного из внутренних углов составляет с другой параллельной прямой угол в 42°. Найти все углы, образованные при пересечении этих прямых данной секущей.

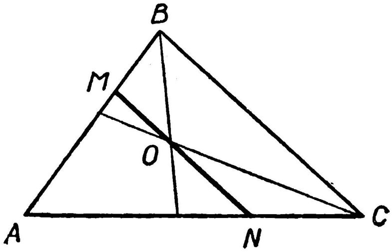
312. На чертеже 113 $AB \parallel CD$. Найти угол x.

313. Доказать, что прямая, пересекающая равнобедренный треугольник и параллельная одной из его сторон, отсекает от него равнобедренный треугольник.



Черт. 113.

314. В треугольнике ABC через точку пересечения биссектрис углов B и C провести прямую, параллельную стороне BC (черт. 114). Доказать, что $MN=BM+CN$.



Черт. 114.

315. В треугольнике ABC $\angle A=46°$, $\angle B=58°$. Прямая MN, проходящая через вершину A вне треугольника, образует со стороной AB угол, равный 24°. Найти острые углы, которые образует прямая MN со стороной AC и продолжением стороны BC.

316. 1) В треугольнике ABC $\angle A=72°$, $\angle B=48°$. Через вершины A и C треугольника проведены прямые, параллельные его противоположным сторонам. Найти углы образовавшегося треугольника.

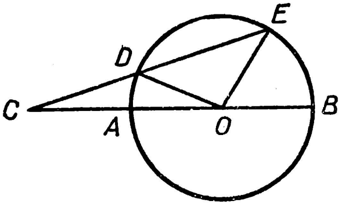
2) В треугольнике ABC $\angle A=42°$, $\angle B=86°$. Через вершины треугольника проведены прямые, параллельные его противоположным сторонам. Найти углы наибольшего из полученных треугольников.

317. В треугольнике ABC проведена биссектриса угла B, пересекающая сторону AC в точке D. Через точку D проведена прямая, параллельная стороне BC и пересекающая сторону AB в точке F. Доказать, что $DF=BF$.

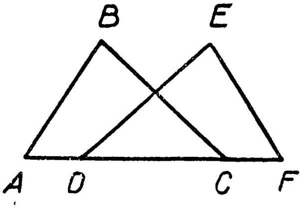
318. Доказать, что равносторонние треугольники равны, если они имеют по равной высоте.

319. На продолжении диаметра AB окружности с центром в точке O (черт. 115) взята точка C, через которую проведена прямая, пересекающая окружность в точках D и E. Доказать, что если отрезок CD равен радиусу окружности, то угол BOE втрое больше угла DOA.

320. Концы двух равных отрезков, лежащих на двух параллельных прямых, соединены отрезками прямых. Доказать, что эти отрезки: а) равны, если они не имеют общей точки; б) делятся, если они пересекаются, в точке пересечения пополам.



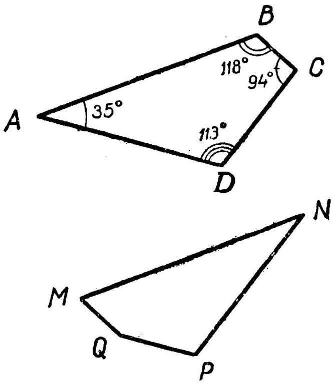
Черт. 115.



Черт. 116.

321. На чертеже 116 $AD = CF$, $AB = EF$, $BC = DE$. Доказать, что точки B и E находятся на одинаковом расстоянии от отрезка AF.

322. Стороны четырёхугольника $MNPQ$ параллельны сторонам четырёхугольника $ABCD$ (черт. 117). Зная углы четырёхугольника $ABCD$, найти углы четырёхугольника $MNPQ$.



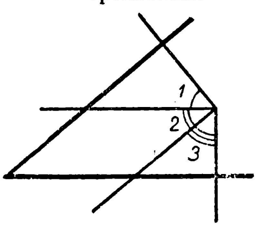
Черт. 117.

323. 1) Внешний угол равнобедренного треугольника равен 110°. Найти его внутренние углы (два решения).

2) Внешний угол равнобедренного треугольника в три раза больше смежного с ним угла. Найти внутренние углы треугольника (два решения).

324. Дан угол, равный 48°. Через точку, не лежащую на сторонах угла, проведена прямая, параллельная одной из сторон угла, и прямая, перпендикулярная другой стороне угла. Найти меньший угол, образованный этими прямыми.

325. Из точки, лежащей внутри угла, равного 40°, проведены два луча параллельные и два луча перпендикулярные сторонам данного угла (черт. 118). Найти величины углов 1, 2 и 3.



Черт. 118.

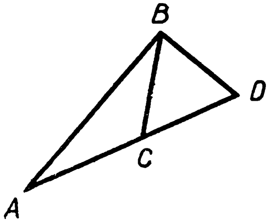
326. Две прямые образуют с третьей прямой углы, равные 75° и 138°. Какой наименьший угол они образуют между собой? Сколько решений имеет задача?

327. Треугольники ABC и BCD сложены своими равными сторонами BC так, как указано на чертеже 119. В треугольнике ABC угол A равен 25°, угол ABC равен 30°, в треугольнике BDC угол D равен

63°, угол DBC равен 62°. Будут ли стороны AC и CD лежать на одной прямой?

328. Чему равен угол, образованный линиями насечек у напильников, схематично изображённых на чертеже 120?

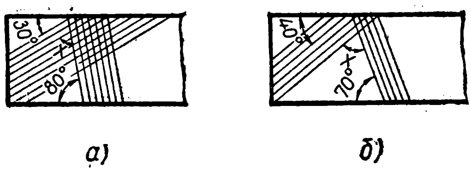
329. На чертеже 121 $AB \parallel CD$, $BF = BD$, AD — отрезок прямой. Найти величину угла ABF.



Черт. 119.

330. Прямая, пересекающая две параллельные прямые, образует с одной из них угол в 150°. Найти длину отрезка секущей, заключённого между этими прямыми, если расстояние между двумя параллельными прямыми равно 46 *мм*.

П р и м е ч а н и е. Расстоянием между двумя параллельными прямыми называется длина отрезка перпендикуляра к этим прямым, заключённого между ними.

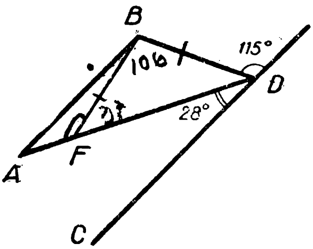


а) б)

Черт. 120.

331 *. Доказать, что в прямоугольном треугольнике медиана и биссектриса, проведённые из вершины острого угла, не совпадают.

332 *. 1) На данной прямой l найти точку, удалённую от данной точки A на расстояние a.



Черт. 121.

Рассмотреть случаи, когда точка A лежит на данной прямой и когда точка A находится вне прямой l.

2) Найти точку, удалённую от одной из данных точек на расстояние a, а от другой точки — на расстояние b.

333 *. 1) На данной окружности найти точку, удалённую от данной точки на расстояние d.

2) На данной прямой найти точку, одинаково удалённую от концов данного отрезка.

3) На данной прямой найти точку, находящуюся на одинаковом расстоянии от сторон данного угла.

334. Дан угол ABC и точки M и N на его сторонах. Найти точку, одинаково удалённую от точек M и N и находящуюся на одинаковом расстоянии от сторон угла.

ГЛАВА V.

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ.

§ 14. Сумма внутренних углов четырёхугольника.

335. Вычислить величину четвёртого угла четырёхугольника, если три его внутренних угла соответственно равны: а) 89°, 92°, 97°; б) $72^\circ15'$, $89^\circ36'$, $92^\circ17'$.

336. Могут ли у четырёхугольника быть: а) два угла острыми; б) два угла прямыми; в) три угла острыми; г) три угла тупыми?

337. В четырёхугольнике $ABCD$ $\angle D = 100^\circ$, $\angle A = \angle B = \angle C$. Вычислить все углы четырёхугольника.

338. 1) Внутри угла, равного 40°, взята точка и через неё проведены перпендикуляры к сторонам угла. Определить углы образовавшегося четырёхугольника.

2) Решить предыдущую задачу, если точка расположена внутри угла, равного 90°.

339. 1) Вычислить внешние углы четырёхугольника, если три его внутренних угла соответственно равны 38°, 158°, 44°.

2) Найти сумму внешних углов четырёхугольника.

340. В четырёхугольнике $ABCD$ $\angle A = \angle C = 90^\circ$. Доказать, что биссектрисы двух других углов параллельны или совпадают.

§ 15. Параллелограмм, его свойства и признаки.

Свойства параллелограммов.

341. Сумма двух углов параллелограмма равна 168°. Найти его углы.

342. Вычислить все углы параллелограмма, если: а) один из углов параллелограмма равен $78^\circ15'$; б) один угол параллелограмма на 42° больше другого.

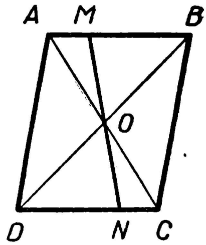
343. Вычислить все углы параллелограмма, если: а) один угол параллелограмма в четыре раза больше другого; б) углы параллелограмма относятся, как $3:7$.

344. Периметр параллелограмма равен 152 *см*. Одна из его сторон больше другой на 25 *см*. Найти длины всех сторон параллелограмма.

345. 1) Периметр параллелограмма равен 72 *см*. Найти его стороны, если две из его сторон относятся, как: а) 5 : 3; б) 0,17 : 0,13.

2) Из куска проволоки длиной 84 *см* надо изготовить параллелограмм, стороны которого относятся, как 3 : 4. Найти длины сторон этого параллелограмма.

346. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ (черт. 122) проведён отрезок MN (точки M и N лежат на сторонах параллелограмма). Доказать, что $AM = CN$.



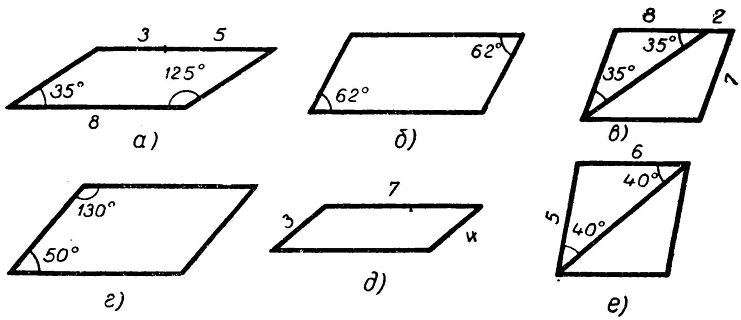
Черт. 122.

347. 1) В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD образует со стороной CD угол, равный 68°. $\angle ABC = 84°$. Найти $\angle ADB$ и $\angle BCD$.

2) В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC образует со стороной DC угол, равный 40°. Найти $\angle ADC$ и $\angle BAC$, если $\angle ABC = 110°$.

348. На чертеже 123 изображены параллелограммы. Найдите, не производя измерений, на каких чертежах допущены ошибки при простановке размеров.

349. 1) Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 2 : 1, считая от вершины острого угла. Найти стороны параллелограмма, если его периметр равен 60 *см*.



Черт. 123.

2) Биссектриса тупого угла параллелограмма делит его сторону в отношении 2 : 1, считая от вершины тупого угла. Найти стороны параллелограмма, если его периметр равен 60 *см*.

350. В параллелограмме острый угол равен 60°. Высота параллелограмма, проведённая из вершины тупого угла, делит сторону параллелограмма пополам. Найти меньшую диагональ параллелограмма, если его периметр равен 24 *см*.

351. Один из углов параллелограмма в три раза больше другого. Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит противоположную сторону на две части, равные 2 *см* и 4 *см*. Найти высоту параллелограмма (два решения).

352. Можно ли построить параллелограмм:

а) по двум сторонам, равным 20 *см* и 34 *см*, и диагонали, равной 52 *см*;

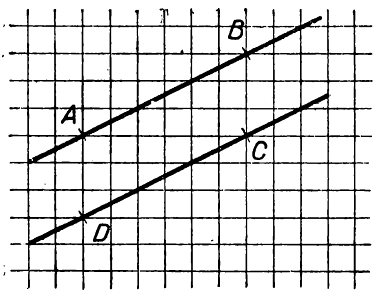
б) по стороне, равной 8 *см*, и двум диагоналям, равным 6 *см* и 10 *см*;

в) по диагонали, равной 6 *см*, и сторонам, равным 20 *см* и 38 *см*?

Признаки параллелограмма.

353. На клетчатой бумаге отмечены точки A, B, C и D (черт. 124). Доказать, что прямые AB и CD параллельны.

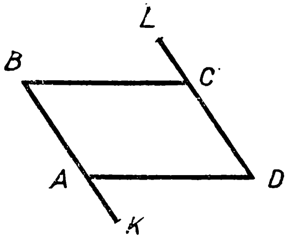
354. 1) На продолжении противоположных сторон параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки AK и CL (черт. 125) и отрезками прямых соединены точки B и L и точки K и D. Доказать, что полученный четырёхугольник $LBKD$ — параллелограмм.



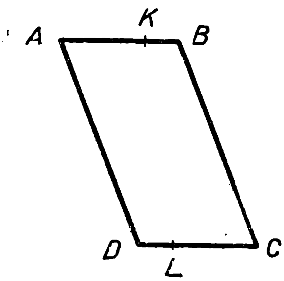
Черт. 124.

2) На чертеже 126 четырёхугольник $ABCD$—параллелограмм, $AK = CL$. Доказать, что точки A, K, C и L являются вершинами параллелограмма.

355. На сторонах параллелограмма отложены, как указано на чертеже 127, две пары равных отрезков BQ, BM, DN и PD: $BM = PD$ и $BQ = DN$. Доказать, что точки Q, M, N и P являются вершинами параллелограмма.



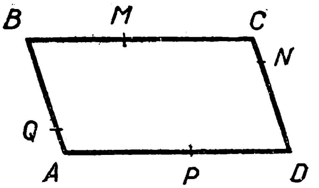
Черт. 125.



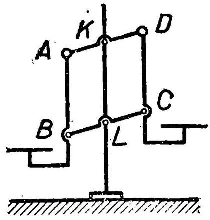
Черт. 126.

356. 1) На чертеже 128 дан схематический чертёж весов. $AD = BC$, $AB = CD$. На вертикальном стержне KL подвижно закреп-

лены в точках K и L стержни AD и BC $(AK = KD,\ BL = LC)$. Пояснить, почему при вертикальном положении стержня KL стержни AB и CD также занимают вертикальное положение.



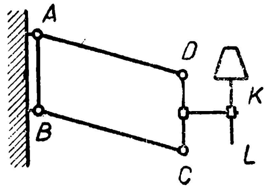
Черт. 127.



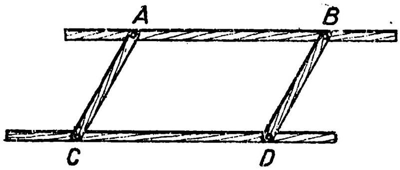
Черт. 128.

2) Почему ось KL лампы, изображённой на чертеже 129, всегда вертикальна?

3) Объяснить действие линейки для вычерчивания параллельных прямых (черт. 130).



Черт. 129.



Черт. 130.

Построение параллелограммов.

357. Построить параллелограмм по двум его сторонам, равным 6 *см* и 5 *см*, и углу между ними, равному 130°.

358. Построить параллелограмм:

а) по двум сторонам, равным 4 *см* и 5 *см*, и диагонали, равной 6 *см*;

б) по стороне, равной 45 *мм*, диагонали, равной 45 *мм*, и углу между ними в 72°;

в) по стороне, равной 4 *см*, и двум диагоналям, равным 6,8 *см* и 4,5 *см*;

г) по двум диагоналям, равным 6,5 *см* и 4,7 *см*, и углу между ними в 165°;

д) по стороне, равной 4,3 *см*, углу, равному 152°, и диагонали, лежащей против этого угла и равной 7,2 *см*.

359. Построить параллелограмм:

а) по двум сторонам и углу между ними;

б) по двум сторонам и диагонали;

в) по стороне, диагонали и углу между ними;

г) по стороне и двум диагоналям;

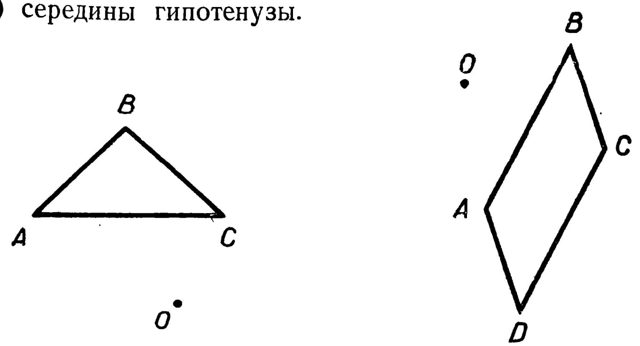
д) по двум диагоналям и углу между ними;

е) по стороне, диагонали и углу, лежащему против диагонали.

Центральная симметрия.

360. Построить фигуры, симметричные данным относительно данного центра O симметрии (см. черт. 131).

361. 1) Построить треугольник, симметричный данному прямоугольному треугольнику относительно: а) вершины прямого угла; б) середины гипотенузы.

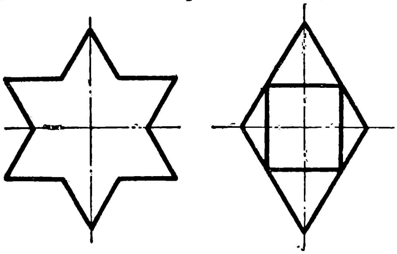


Черт. 131.

2) Построить треугольник, симметричный произвольному треугольнику относительно середины его какой-либо стороны. Определить вид фигуры, образованной данным треугольником и построенной ему симметричной фигурой.

362. 1) На какой наименьший угол нужно повернуть параллелограмм относительно его центра симметрии, чтобы фигуры в новом и прежнем положениях совпали?

2) На какой наименьший угол нужно повернуть фигуры, данные на чертеже 132, относительно их центров симметрии, чтобы фигуры в новом и прежнем положениях совпали?



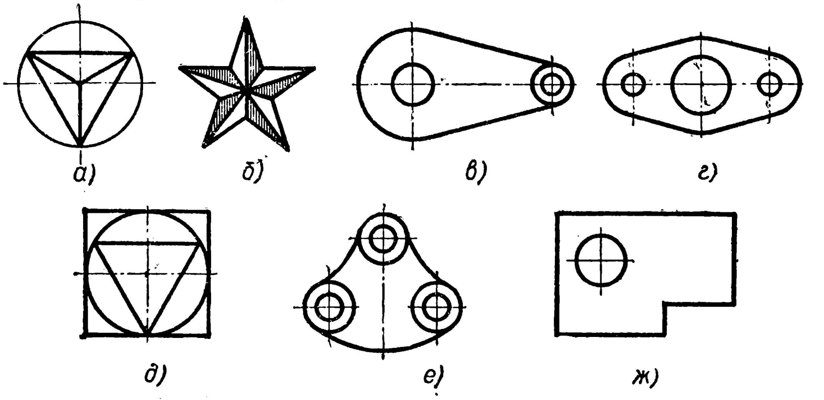
Черт. 132.

363. 1) Доказать, что прямая, проходящая через точку O пересечения диагоналей параллелограмма, пересекает его стороны в точках, центрально-симметричных относительно точки O.

2) На основании свойств центрально-симметричных фигур доказать равенство отрезков AM и NC на чертеже 122 (задача 346).

3) В параллелограмме $ABCD$ отрезок MN проходит через точку O пересечения его диагоналей (черт. 122). Доказать, что фигура $AMND$ после поворота её на 180° вокруг точки O совместится с фигурой $CNMB$.

364. На чертеже 133 указать фигуры, имеющие оси симметрии и центры симметрии.



Черт. 133.

365. Указать, где находятся центры симметрии: а) отрезка; б) окружности; в)* прямой линии; г)* пересекающихся прямых линий; д)* двух параллельных прямых.

366. 1) Привести примеры центрально-симметричных фигур, которые вы наблюдали в природе, в мастерских, на производстве, в быту.

2) Начертить какие-либо три фигуры, имеющие центр симметрии.

Разные задачи на параллелограмм.

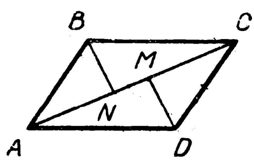
367. Назовите примеры использования свойств параллелограмма на практике.

368. Сколько различных параллелограммов можно составить из двух равных треугольников, если они: а) разносторонние; б) равнобедренные, в) равносторонние?

369. Доказать, что в параллелограмме $ABCD$ противоположные вершины B и D находятся на одинаковом расстоянии от диагонали AC.

370. 1) Доказать, что биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны или совпадают. В каком случае биссектрисы противоположных углов параллелограмма совпадают?

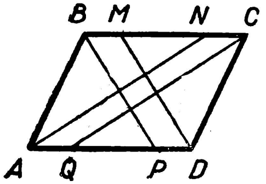
2) Доказать, что биссектрисы углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, взаимно перпендикулярны.



Черт. 134.

371. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов B и D пересекают диагональ AC в точках M и N (черт. 134). Доказать, что точки B, N, D и M являются вершинами параллелограмма.

372. Биссектрисы углов параллелограмма пересекают его стороны в точках M, N, P и Q (черт. 135). Провести отрезки MQ и NP и определить вид полученного четырёхугольника $MNPQ$.



Черт. 135.

373*. В параллелограмме против большего угла лежит бо́льшая диагональ. Доказать.

374*. 1) Доказать, что в параллелограмме угол между высотами, проведёнными из вершины его тупого угла, равен острому углу параллелограмма.

2) Доказать, что в параллелограмме угол между высотами, проведёнными из вершины острого угла, равен тупому углу параллелограмма.

375. Два угла параллелограмма относятся, как 1 : 3. Найти угол между высотами параллелограмма, проведёнными из вершины: а) тупого угла; б) острого угла.

376. Через данную внутри угла точку провести прямую так, чтобы отрезок её, заключённый между сторонами угла, делился в этой точке пополам.

377. Построить треугольник, если известны две его стороны a и b и медиана m_c, проведённая к третьей стороне.

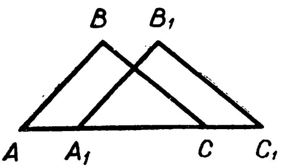
378. Доказать, что медиана треугольника меньше полусуммы заключающих её сторон.

Указание. Продолжить медиану за сторону, к которой она проведена, на отрезок, равный самой медиане, и соединить конец полученного отрезка с вершинами треугольника.

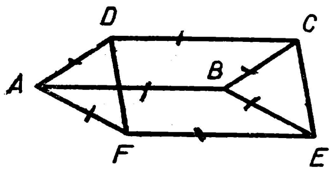
379. Доказать, что два треугольника равны, если две стороны и медиана, заключённая между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, заключённой между ними, другого треугольника.

Указание. Достроить треугольники до параллелограммов.

380. Если через точку пересечения диагоналей параллелограмма провести две прямые и соединить последовательно точки пересечения этих прямых со сторонами параллелограмма, то полученный четырёхугольник будет параллелограммом. Доказать.



Черт. 136.



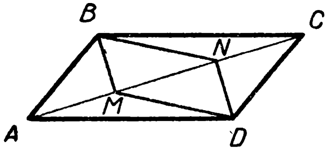
Черт 137.

381. Треугольник ABC равен треугольнику $A_1B_1C_1$ (черт. 136). $AC_1 = 20$ *см*; $A_1C = 12$ *см*. Найти расстояние между точками B и B_1.

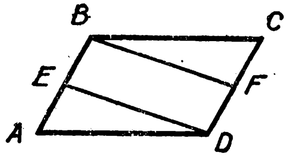
382. На чертеже 137 $ABCD$ и $ABEF$ — параллелограммы. Доказать, что четырёхугольник $DCEF$ — параллелограмм.

383. Доказать, что четырёхугольник $ABCD$, у которого сумма углов A и B равна $180°$ и $\angle A = \angle C$, является параллелограммом.

384. 1) В параллелограмме $ABCD$ перпендикуляры, проведённые через вершины тупых углов к диагонали AC, пересекают её в точках M и N (черт. 138). Доказать, что $BN = DM$.



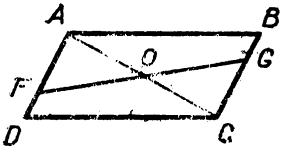
Черт. 138.



Черт. 139.

2) Точки E и F — середины сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$ (черт. 139). Доказать, что $BF = DE$.

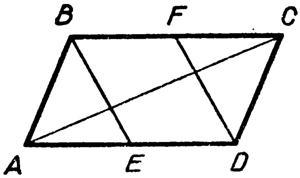
385. В четырёхугольнике $ABCD$ AC — диагональ, $AB \| DC$, $AB = CD$, $FD = BG$ (черт. 140). Доказать, что отрезок FG делится в точке пересечения его с диагональю AC пополам.



Черт. 140.

386. 1) Даны две пересекающиеся прямые и лежащая вне их точка. Построить параллелограмм, две стороны которого находились бы на данных прямых, а одна из вершин — в данной точке.

2) Дан отрезок AB и точка M, не лежащая на прямой AB. Построить параллелограмм так, чтобы одной из его сторон был отрезок AB, а точка M являлась точкой пересечения диагоналей.



Черт. 141.

3) Дан отрезок AB и точка M, не лежащая на прямой AB. Построить параллелограмм, одна из сторон которого совпала бы с отрезком AB, а другая делилась бы в точке M пополам (три решения).

387. Середины (точки F и E) параллельных сторон BC и AD параллелограмма $ABCD$ соединены с вершинами D и B (черт. 141). Доказать, что эти отрезки делят диагональ на три равные части.

§ 16. Частные виды параллелограмма.

Прямоугольник.

388. В прямоугольнике перпендикуляры, проведённые из точки пересечения диагоналей к его сторонам, соответственно равны 4 *см* и 6 *см*. Определить периметр этого прямоугольника.

389. В прямоугольнике диагонали образуют угол, равный 50°. Определить углы между диагональю прямоугольника и его сторонами.

390. Перпендикуляр, проведённый из вершины прямого угла прямоугольника к диагонали, делит прямой угол в отношении 2 : 3. Определить:

а) углы, образованные диагоналями со сторонами прямоугольника;

б) угол, образованный проведённым перпендикуляром со второй диагональю.

391. Построить прямоугольник:

а) по двум его смежным сторонам;

б) по диагонали и углу, образованному диагональю со стороной;

в) по стороне и диагонали;

г) по диагонали и углу между диагоналями.

392. 1) Если в четырёхугольнике три внутренних угла прямые, то его противоположные стороны параллельны. Доказать.

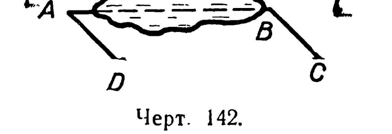
2)* Доказать, что если в четырёхугольнике диагонали равны и в точке пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник является прямоугольником.

393. Биссектрисы внутренних углов параллелограмма, пересекаясь, образуют прямоугольник. Доказать.

394. Из четырёх попарно равных планок связана рамка прямоугольной формы. Достаточно ли для проверки правильности изготовления рамки проверить равенство её диагоналей?

Разные задачи.

395. 1) Для определения расстояния AB, которое нельзя измерить непосредственно, на местности построили прямые углы BAD и ABC с вершинами в точках A и B (черт. 142) и на сторонах углов отложили равные отрезки AD и BC. Доказать, что расстояние между точками A и B равно расстоянию между точками D и C.



Черт. 142.

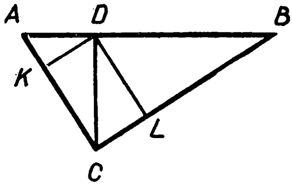
2) Как на местности измерить расстояние между точками A и B, используя свойство сторон параллелограмма? Приведите примеры.

396. Доказать, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

397. 1) Через середину гипотенузы прямоугольного треугольника, равной 6 *см*, проведены прямые, параллельные его катетам. Определить вид полученного четырёхугольника и найти его диагонали.

2) В треугольнике ABC $\angle C = 90°$, $AC = BC = 5$ *см*; через точку K, взятую на стороне AB, проведены прямые, параллельные его катетам. Найти периметр образовавшегося четырёхугольника.

3) В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90°$ и $CD \perp AB$, из точки D (черт. 143) проведены отрезки DL и DK, перпендикулярные катетам треугольника. Доказать, что расстояние между точками C и D и точками K и L равны.



Черт 143.

398. Между сторонами острого угла поместить отрезок данной длины так, чтобы он был перпендикулярен к одной из сторон данного угла.

399. 1) Найти точку, которая была бы удалена на расстояние a от данной точки и от данной прямой. Сколько решений может иметь задача?

2) Найти точку, одинаково удалённую от сторон данного угла и находящуюся на расстоянии a от данной прямой.

400. Провести биссектрису угла, вершина которого находится вне чертежа.

401. 1) Построить треугольник по двум сторонам и высоте, проведённой к одной из них.

2) Построить треугольник по стороне, высоте, проведённой к ней, и углу, который образует с этой стороной высота, проведённая к другой стороне.

3) Построить треугольник по углу и двум высотам, проведённым к сторонам этого угла.

402. 1) Построить параллелограмм по высоте, равной 4 *см*, стороне, равной 5 *см*, и диагонали, равной 6 *см*.

2) Построить треугольник по стороне, равной 5 *см*, высоте, проведённой к этой стороне, равной 4 *см*, и медиане, равной 6 *см*, проведённой к другой стороне.

3) Построить параллелограмм по двум диагоналям и высоте.

Ромб.

403. 1) Из каких двух равных треугольников можно сложить ромб?

2) Из каких четырёх равных треугольников можно сложить ромб?

404. В ромбе одна из диагоналей равна его стороне.

а) Чему равны углы ромба?

б) Найти углы, образованные диагоналями ромба с его сторонами.

405. Углы, образованные диагоналями ромба с его сторонами, относятся, как 2 : 3. Определить углы ромба.

406. 1) Высоты, проведённые из вершины ромба, образуют угол в 30°. Найти: а) углы ромба; б) углы, образованные диагоналями ромба с его сторонами.

2) Высоты, проведённые из вершины ромба, образуют угол в 120°. Найти: а) углы ромба; б) углы, образованные диагоналями ромба с его сторонами.

407. В ромбе высота, проведённая из вершины тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найти: а) углы ромба; б) периметр ромба, если меньшая его диагональ равна 20 *мм*.

408. Достаточно ли для проверки того, что данный четырёхугольный кусок материи имеет форму ромба, проверить совпадение краёв куска при сгибании его по каждой диагонали?

409. 1) Доказать, что всякий параллелограмм, у которого одна из диагоналей делит его угол пополам, есть ромб.

2) Если в четырёхугольнике $ABCD$ диагонали являются биссектрисами всех его углов, то этот четырёхугольник — ромб. Доказать.

У к а з а н и е. Сначала рассмотреть треугольники ABC и CDA, а затем треугольники BCD и ABD.

410. Построить ромб:

а) по стороне и диагонали;

б) по двум диагоналям;

в) по стороне и прилежащему углу;

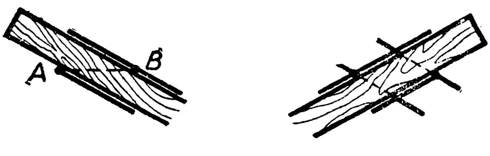
г) по высоте и диагонали;

д) по углу и диагонали, проходящей через вершину этого угла;

е) по диагонали и противолежащему ей углу.

411. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 120°, а боковая сторона равна 14 *см*. Построить треугольник, симметричный данному относительно середины его основания, и определить периметр и меньшую диагональ полученного четырёхугольника.

412. Пользуясь только линейкой с параллельными краями, провести перпендикуляр к отрезку через его середину (длина отрезка больше ширины линейки).



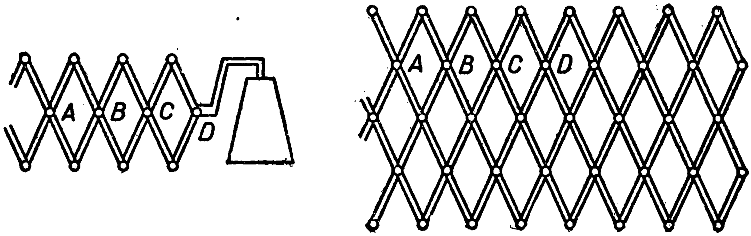
Черт. 144.

У к а з а н и е. Пользуясь только двусторонней линейкой, построить ромб, одной из диагоналей которого является данный отрезок, а высота равна ширине линейки (черт. 144).

413. Пользуясь только линейкой с параллельными краями, провести перпендикуляр к прямой через данную на ней точку.

Указание. Построить ромб, диагональ которого лежит на данной прямой и делится в данной точке пополам.

414*. По схемам раздвижного кронштейна и раздвижной решётки, данным на чертеже 145, объяснить, почему точки A, B, C, D,... всегда располагаются на одной прямой.



Черт. 145

415. Из каких двух равных треугольников можно сложить квадрат? Из каких четырёх равных треугольников можно сложить квадрат (два решения)?

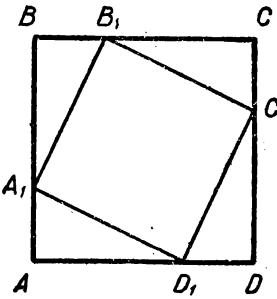
416. Достаточно ли для проверки того, что данный четырёхугольник — квадрат, проверить равенство и перпендикулярность его диагоналей?

417. Доказать, что всякий ромб, у которого диагонали равны, есть квадрат.

418. Середины сторон квадрата последовательно соединены. Определить вид полученной фигуры.

419. Построить квадрат: а) по данной его стороне a; б) по данной его диагонали b.

420. Дан квадрат $ABCD$. На каждой из его сторон отложены, как указано на чертеже 146, равные отрезки AA_1, BB_1, CC_1 и DD_1; точки A_1, B_1, C_1, D_1 последовательно соединены. Доказать, что полученный четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$ является квадратом.



Черт. 146.

421. Диагональ квадрата равна 12 *см*. Через вершины квадрата проведены прямые, параллельные его диагоналям. Определить вид и параметр полученного четырёхугольника.

422. Дан квадрат, сторона которого равна 1 *м*; его диагональ служит стороной другого квадрата. Найти диагональ второго квадрата.

423. Диагональ квадрата равна 6 *м*. Его сторона служит диагональю второго квадрата. Определить сторону второго квадрата.

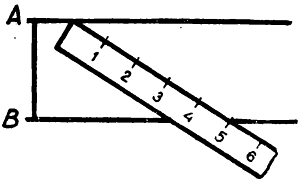
424. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат, имеющий с ним общий угол. Найти периметр квадрата, если катет треугольника равен a.

425*. Доказать, что если диагонали четырёхугольника равны, делят его углы пополам и взаимно перпендикулярны, то такой четырёхугольник есть квадрат. Какое условие является лишним?

Свойство отрезков, отсекаемых параллельными прямыми.

426. В треугольнике ABC $AB=12$ *см*, $AC=24$ *см*. Сторона BC разделена на 4 равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные стороне AB. Найти отрезки этих прямых, заключённые внутри треугольника, и отрезки, полученные на стороне AC.

427. Используя свойство отрезков, отсекаемых параллельными прямыми, решить задачу 387.

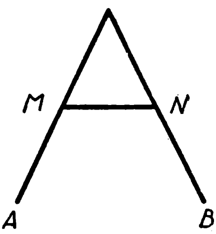


Черт. 147.

428. Для того чтобы разделить полосу шириной AB на несколько, например на пять, одинаковых полос, масштабную линейку расположили так, как это указано на чертеже 147, и отметили точки, соответствующие сантиметровым делениям. Затем через отмеченные точки провели прямые, параллельные краю полосы. Почему отрезок AB разделился этими параллельными прямыми на пять равных частей?

Средняя линия треугольника.

429. Раствор AB полевого циркуля (черт. 148) обычно равен 1 *м* или 2 *м*. Найти длину распорки MN, придающей ему жёсткость, если она соединяет середины ножек циркуля.



Черт. 148.

430. 1) Стороны треугольника относятся, как 3 : 4 : 5, периметр его равен 60 *см*. Найти периметр и стороны треугольника, вершины которого находятся в серединах сторон данного треугольника.

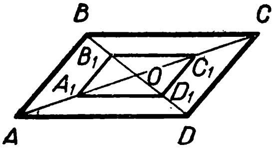
2) Стороны треугольника относятся, как 7 : 8 : 9. Периметр треугольника, вершинами которого служат середины его сторон, равен 24 *см*. Найти стороны данного треугольника.

431. Стороны параллелограмма равны 6 *см* и 8 *см*. Каждая диагональ параллелограмма разделена на четыре равные части и точки, делящие диагонали в отношении 1 : 3 и 3 : 1, последовательно соединены (черт. 149). Найти вид полученного четырёхугольника и вычислить его периметр.

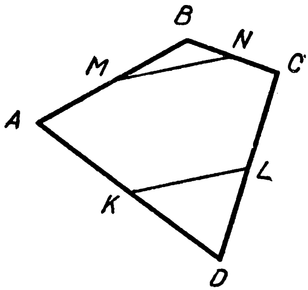
432. Середины сторон произвольного четырёхугольника соединены так, как это показано на чертеже 150. Найти длины этих отрезков, если не пересекающая их диагональ равна 24 *см*.

433. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC$ и $CD = AD$. Середины сторон четырёхугольника последовательно соединены. Доказать, что полученный четырёхугольник является прямоугольником.

434. 1) Прямые, проведённые через вершины A, B и C тре-



Черт. 149.



Черт. 150.

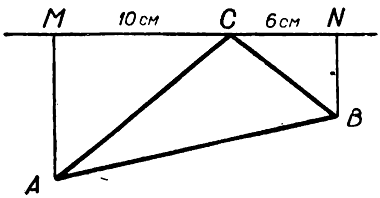
угольника ABC параллельно противолежащим сторонам, образуют треугольник $A_1B_1C_1$, стороны которого делятся точками A, B и C пополам. Доказать.

2) Найти стороны треугольника, построенного, как указано в предыдущей задаче, если $AB = 6$ *см*, $BC = 12$ *см*, $AC = 15$ *см*.

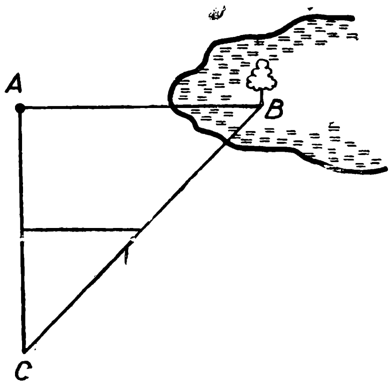
435. Через точку M, данную внутри угла ABC, провести прямую, отрезок которой, заключённый между сторонами угла, делится в этой точке пополам.

436. Через вершину угла C треугольника ABC проведена вне его прямая (черт. 151); проекции сторон AC и BC на проведённую прямую равны 10 *см* и 6 *см*. Найти проекции на эту прямую всех медиан треугольника.

437. Объяснить, как, пользуясь свойством средней линии треугольника, можно определить расстояние между двумя точками A и B, одна из которых недоступна (черт. 152).



Черт. 151.

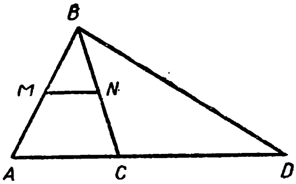


Черт. 152.

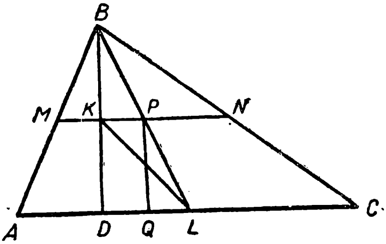
Как должна быть выбрана третья точка (точка C)? Обязательно ли угол A должен быть прямым?

438. В прямоугольнике меньшая сторона равна 20 *см* и образует с диагональю угол, равный 60°. Середины сторон прямоугольника последовательно соединены. Определить вид и периметр полученного четырёхугольника.

439. В треугольнике ABC MN — средняя линия (черт. 153). Через точку B проведён отрезок BD до пересечения с продолжением стороны AC (точка D). На какие части делится отрезок BD продолжением средней линии MN?



Черт. 153.



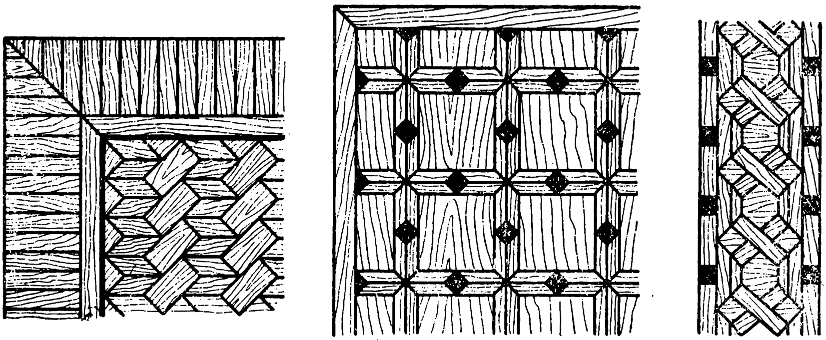
Черт. 154.

440*. На чертеже 154 BD — высота треугольника ABC, $BK = KD$, $AL = LC$, $MN \parallel AC$. Доказать, что отрезок PQ, параллельный высоте BD, делится отрезком KL пополам. Какое условие является лишним?

§ 17. Трапеция.

441. Указать, какими многоугольниками составлен рисунок паркета (черт. 155).

442. 1) Углы при основании трапеции равны 68° и 74°. Определить каждый из остальных углов.



Черт. 155.

2) Могут ли углы трапеции, взятые в последовательном порядке, относиться, как: а) 6 : 3 : 4 : 2; б) 8 : 7 : 13 : 12?

443. Диагональ трапеции перпендикулярна к боковой стороне, острый угол, лежащий против этой диагонали, равен 40°. Найти остальные углы трапеции, если меньшее основание равно другой боковой стороне.

444. В трапеции $ABCD$ меньшее основание BC равно 4 *см*. Через вершину B проведена прямая, параллельная боковой стороне. Периметр образовавшегося треугольника равен 12 *см*. Найти периметр трапеции.

445. 1) В равнобедренной трапеции один из углов равен 60°, боковая сторона равна 24 *см*, а сумма оснований равна 43 *см*. Найти основания трапеции.

2) Найти периметр равнобедренной трапеции, если известно, что её острый угол равен 60°, а основания равны 15 *см* и 49 *см*.

446. Доказать, что если боковая сторона трапеции равна меньшему основанию, то диагональ, соединяющая их концы, является биссектрисой угла, прилежащего к большей стороне.

Сформулировать обратные теоремы.

447. В трапеции боковые стороны равны меньшему основанию, диагональ составляет с основанием угол, равный 30°. Найти все углы трапеции.

Средняя линия трапеции.

448. Концы отрезка, расположенного по одну сторону прямой, удалены от неё на 8 *см* и 15 *см*. На каком расстоянии от прямой находится середина отрезка?

449. В равнобедренной трапеции диагональ делит острый угол пополам. Периметр трапеции равен 132 *см*, а основания относятся, как 2 : 5. Определить среднюю линию трапеции.

450. В прямоугольной трапеции один из углов равен 135°, средняя линия равна 18 *см*, а основания относятся, как $\frac{1}{6} : \frac{4}{3}$. Найти меньшую боковую сторону трапеции.

451. Боковая сторона трапеции разделена на 4 равные части, и через точки деления проведены прямые, параллельные основаниям трапеции. Найти длины отрезков этих параллельных прямых, заключённых между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 23 *см* и 15 *см*.

452. 1) В трапеции $ABCD$ ($AB \| DC$) диагональ BD делит среднюю линию на части, равные 6 *см* и 21 *см*. Найти основания трапеции.

2) Диагональ трапеции делит среднюю линию трапеции на два отрезка, относящиеся, как 3 : 8. Найти основания трапеции, если разность отрезков средней линии равна 10 *см*.

453. Всякий отрезок прямой, заключённый между основаниями трапеции, делится средней линией трапеции пополам. Доказать.

454. Середины сторон равнобедренной трапеции являются вершинами ромба. Доказать.

455. В трапеции диагонали являются биссектрисами острых углов. Определить периметр трапеции, если диагональ делит среднюю линию на части, равные 10 *см* и 18 *см*.

456. 1) Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны. Доказать, что средняя линия трапеции равна её высоте.

2*) Доказать, что диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, если средняя линия трапеции равна её высоте.

457. Прямоугольная трапеция делится диагональю на два треугольника — равносторонний со стороной a и прямоугольный. Найти среднюю линию трапеции.

458. Диагональ трапеции перпендикулярна к её основаниям; тупой угол, прилежащий к большему основанию, равен $120°$, а боковая сторона, прилежащая к нему, равна 7 *см*; большее основание равно 12 *см*. Найти длину средней линии трапеции.

Построение трапеции.

459. 1) Построить трапецию по основанию, равному 6 *см*, прилежащему к нему углу в $70°$ и двум непараллельным сторонам, равным 3 *см* и 2 *см*. Сколько решений имеет задача?

2) Построить трапецию по двум основаниям, равным 6,8 *см* и 4,9 *см*, боковой стороне, равной 3,8 *см*, и углу в $50°$, образованному этой стороной с бо́льшим основанием.

460. 1) Построить трапецию $ABCD$ ($AD \parallel BC$), если $AD = 6{,}2$ *см*, $AB = 3{,}8$ *см*, $\angle A = 60°$, $\angle D = 50°$.

2) Построить трапецию $ABCD$, если $AD = 7{,}8$ *см*, $AB = 4{,}2$ *см*, $CD = 2{,}5$ *см*, $AC = 6{,}6$ *см*. Сколько решений имеет задача?

461*. Построить трапецию по основанию, боковым сторонам и диагонали. Сколько решений может иметь задача?

462. Построить трапецию по разности оснований, двум боковым сторонам и одной диагонали.

463. Построить равнобедренную трапецию по основанию, высоте и боковой стороне. Сколько различных трапеций удовлетворяет условию задачи?

464. Построить равнобедренную трапецию $ABCD$ ($BC \parallel AD$), если

1) $AB = 10$ *см*, $BC = 4$ *см*, $AC = 12$ *см*;

2) $AD = 5$ *см*, $BC = 4{,}2$ *см*, $\angle ADB = 30°$;

3) $AD = 10$ *см*, $AB = 8$ *см*, $AC = 12$ *см*;

4) $AB = 3{,}2$ *см*, $BC = 4{,}2$ *см*, $\angle B = 60°$.

465. Построить прямоугольную трапецию $ABCD$ ($AD \parallel BC$) с прямым углом A, если:

1) $AB = 6$ *см*, $BC = 4$ *см*, $\angle ABD = 30°$;

2) $AD = 3$ *см*, $AC = 5$ *см*, $BC = 4$ *см*;

3) $AB = 6$ *см*, $AD = 4$ *см*, $DC = 7$ *см*.

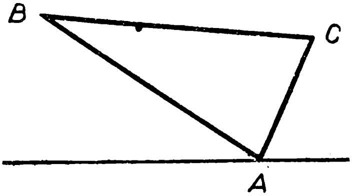
466*. Построить трапецию по двум основаниям, равным 3,5 *см* и 11 *см*, и двум диагоналям, равным 6 *см* и 9,2 *см*.

Свойство медиан треугольников.

467. Дан отрезок AB и точка M, лежащая вне прямой AB. Построить треугольник, считая AB стороной искомого треугольника, а точку M — точкой пересечения его медиан.

468. Построить треугольник по стороне и двум медианам, проведённым к другим сторонам.

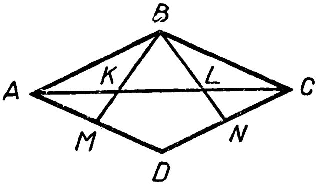
469. Через вершину A треугольника ABC вне его проведена прямая (черт. 156), проекции сторон AC и AB на эту прямую равны соответственно 2 *см* и 8 *см*. Найти расстояния между проекцией каждой вершины треугольника и проекцией точки пересечения медиан треугольника на эту прямую.



Черт. 156.

470. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) медиана, проведённая через вершину A, равна 30 *см* и образует угол, равный 30°, с основанием AC треугольника. Определить высоту треугольника ABC, проведённую через вершину B.

471. 1) Высота равностороннего треугольника равна 10 *см*. Определить, на каком расстоянии от его сторон находится точка пересечения его биссектрис.



Черт. 157.

2*) Из вершины ромба $ABCD$ проведены отрезки BM и BN, делящие стороны AD и DC пополам (черт. 157). Точки пересечения этих отрезков с диагональю AC обозначены K и L. Найти отрезок KL, если диагональ AC равна 15 *см*.

Указание. Провести диагональ BD и рассмотреть полученные треугольники ABD и BDC.

3) В ромбе $ABCD$ угол B равен 120°. Определить отрезок диагонали AC, заключённый между высотами ромба, проведёнными из вершины тупого угла, если $AC = 21$ *см*.

ГЛАВА VI.

ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЁМ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ.

§ 18. Площадь многоугольника.

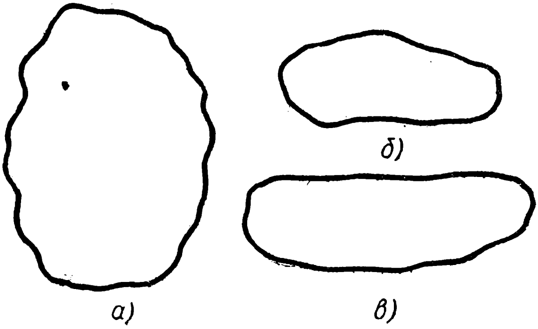
Применение палетки.

472. Найти площади фигур, данных на чертеже 158, скопировав их на прозрачную бумагу и наложив её на квадратную сетку.

Площадь прямоугольника.

473. Вычислить площадь прямоугольника, если две его стороны равны: а) 30 *см* и 2,9 *см*; б) 34 *см* и 0,6 *дм*; в) 4 *м* и 1 *м* 4 *дм*.

474. Найти сторону прямоугольника, если его площадь и одна из сторон соответственно равны: а) 270 $см^2$ и 15 *см*; б) 142 $м^2$ и 35 *м* 50 *см*; в) 16 $км^2$ и 4000 *м*; г) 0,096 $км^2$ и 300 *м*.



Черт. 158.

475. 1) Площадь земельного участка равна 250 арам. Чему равна площадь этого участка в квадратных метрах, в квадратных километрах, в гектарах?

2) Площадь земельного участка равна 24 *га*. Чему равна площадь этого участка в квадратных километрах, в квадратных метрах, в арах?

3) Площадь земельного участка равна 350 000 $м^2$. Выразить эту площадь в квадратных километрах, в арах, в гектарах.

476. Участок прямоугольной формы имеет площадь 400 *га*. Определить периметр участка, если: а) длина участка 10 *км*; б) участок имеет форму квадрата.

477. Давление воздуха равно 12 $кГ/см^2$. Определить, с какой силой давит воздух на площадку прямоугольной формы размером 200 *мм* $\times$ 120 *мм*.

478. Сопротивление разрыву некоторого сорта стали равно 55 $кГ/мм^2$. Какой нагрузкой разорвётся стержень прямоугольного сечения со сторонами, равными 20 *мм* и 10 *мм*?

479. Площадь данного прямоугольника равна 400 $см^2$. Как изменится его площадь, если:

а) не изменяя его высоты, увеличить в три раза его основание;

б) не изменяя его основания, уменьшить в два раза его высоту;

в) его основание и высоту увеличить в четыре раза;

г) его основание и высоту уменьшить в три раза;

д) его основание увеличить в четыре раза, а высоту уменьшить в три раза;

е) его основание увеличить в три раза, а высоту увеличить в два раза?

480. Как изменится площадь прямоугольника, если:

а) не изменяя его высоты, увеличить в k раз его основание;

б) не изменяя его основания, уменьшить в n раз его высоту;

в) его основание увеличить в k раз, а высоту увеличить в n раз;

г) его основание уменьшить в k раз, а высоту увеличить в n раз?

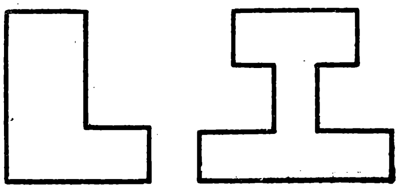
481. Найти стороны прямоугольника, если они относятся, как $4:9$, а площадь его равна 36 $м^2$.

482. Найти периметр прямоугольника, если его площадь равна 144 $см^2$, а отношение двух сторон равно $1:2$.

483. Площадь прямоугольника равна 48 $см^2$, одна из его сторон равна 8 *см*. Прямоугольник разделён прямой, параллельной одной из его сторон, на две равные части. Определить периметр нового прямоугольника (два решения).

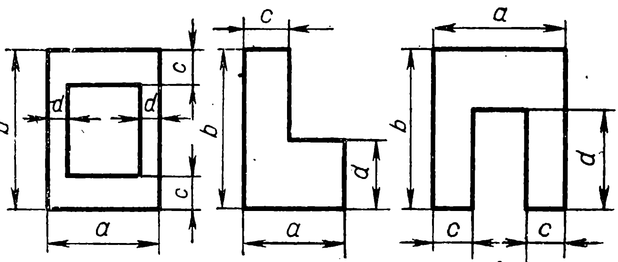
484. Основание и высота одного из двух прямоугольников соответственно равны 20 *см* и 60 *см*, площадь второго прямоугольника равна половине площади первого, и одна из его сторон равна 50 *см*. Найти периметр второго прямоугольника.

485. Найти площади фигур, данных на чертеже 159, разбив их сначала на прямоугольники и проведя необходимые измерения. Все углы на фигурах прямые.



Черт. 159.

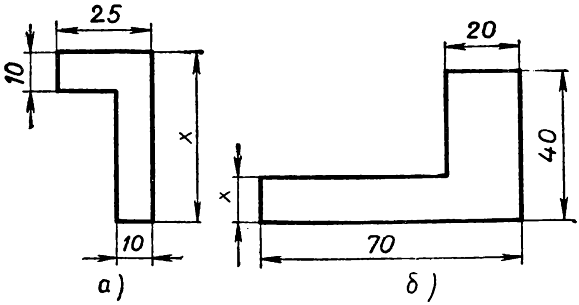
486. Записать в общем виде формулы, по которым, зная размеры a, b, c и d, можно подсчитать площади фигур, данных на чертеже 160.



а) б) в)

Черт. 160.

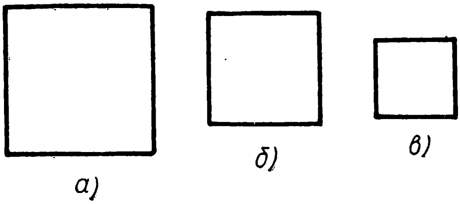
487. Площади фигур (черт. 161) равны: а) 550 $мм^2$; б) 1300 $мм^2$. Определить размер x (размеры на чертеже даны в *мм*).



Черт. 161.

Площадь квадрата.

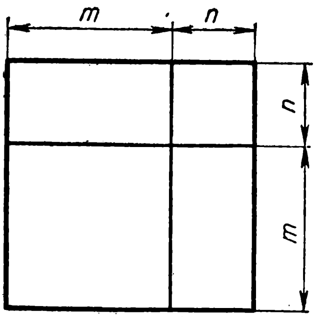
488. 1) Найти площадь квадрата, если измеренная его сторона равна: а) 2,5 *см*; б) 0,21 *м*; в) 1,5 *дм*. 2) Найти площади квадратов, данных на чертеже 162, предварительно измерив сторону квадрата.



Черт. 162.

489. Площадь квадрата равна 16 $см^2$. Какой станет площадь квадрата, если: а) все его стороны уменьшить в два раза; б) все его стороны уменьшить в три раза?

490. Как изменится площадь квадрата, если: а) все его стороны уменьшить в n раз; б) все его стороны увеличить в k раз?



Черт. 163.

491. Начертить фигуру, показывающую, что 1 $дм^2$ содержит 100 $см^2$.

492. Начертить фигуру, показывающую, что $(3a)^2 = 9\ a^2$.

493. 1) Выразить площадь квадрата через площади его частей (черт. 163).

2) Начертить фигуру, показывающую, что $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

494. Сопротивление разрыву некоторого сорта стали составляет 60 $кГ/мм^2$. Какую нагрузку может выдержать деталь, работающая на разрыв, если её наименьшее поперечное сечение представляет собой квадрат со стороной 120 *мм*?

495. Найти сторону квадрата, если его площадь равна: а) 256 $см^2$; б) 76,8 $м^2$; в) 14,6 $мм^2$; г) 9,61 $дм^2$.

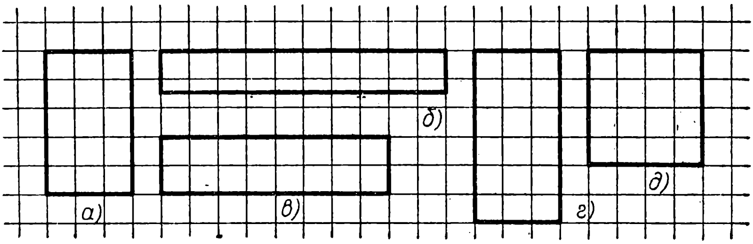
496. Найти периметр квадрата, площадь которого равна 2,5 $м^2$.

497*. Какие размеры должно иметь сечение стального стержня, чтобы он выдержал нагрузку до 1600 *кГ*, если сечение — квадрат и если сопротивление разрыву для этого материала равно 40 $кГ/мм^2$?

Равновеликие фигуры.

498. На чертеже 164 указать равновеликие фигуры.

499. Стороны прямоугольника равны 120 *мм* и 30 *мм*; начертить: а) равновеликий ему прямоугольник, сторона которого была бы равна 100 *мм*;



Черт. 164.

б) равновеликий ему прямоугольник, стороны которого относились бы, как 3 : 4;

в) равновеликий ему квадрат.

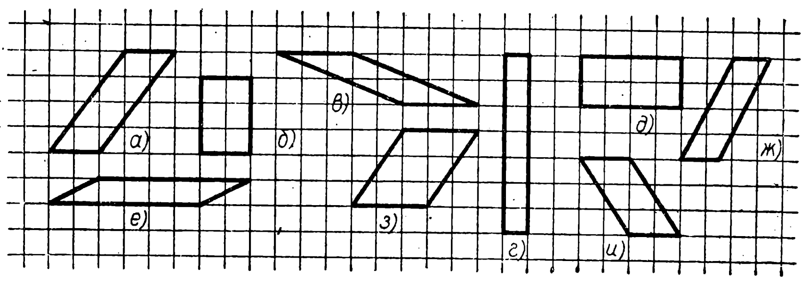
500. Начертить три прямоугольника, площади которых были бы равны 48 $см^2$, а стороны оснований — 5 *см*, 8 *см*, 10 *см*.

501. Площадь участка прямоугольной формы равна 20 *га*. Укажите, какой длины (в метрах) могут быть его стороны. Приведите 2—3 примера.

Площадь параллелограмма.

502. На чертеже 165 указать равновеликие параллелограммы.

503. По данным, приведённым в таблице, где a — основание параллелограмма, h — его высота, S — площадь, вычислить неизвестную величину:



Черт. 165

	1	2	3	4
a	60 *см*	250 *м*	0,25 *м*	?
h	0,5 *м*	?	100 *см*	2 *м*
S	?	200 $м^2$	?	2000 $см^2$

504. 1) Найти площадь параллелограмма, если его стороны равны 4 *см* и 6 *см*, а угол между ними равен 30°.

2) Вычислить площадь ромба, если его стороны равны 10 *см*, а один из углов равен 150°.

505. 1) Стороны параллелограмма a и b образуют угол в 30°. Чему равна площадь параллелограмма?

2) Найти площадь ромба, если его углы относятся, как 1 : 5, а сторона равна a.

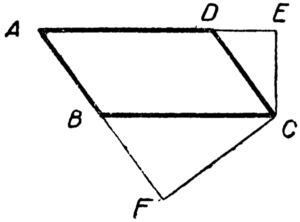
506. Косоугольный параллелограмм и прямоугольник имеют соответственно равные стороны. Найти острый угол параллелограмма, если площадь его равна половине площади прямоугольника.

507. Начертить прямоугольник и косоугольный параллелограмм с соответственно равными сторонами. Какая из фигур имеет бо́льшую площадь? Почему?

508. В параллелограмме высота, проведённая к одной из сторон, в 3 раза меньше этой стороны. Площадь параллелограмма равна 48 $см^2$. Найти эту сторону и высоту.

509. 1) Площадь параллелограмма равна 24 $см^2$. Найти расстояние между его сторонами, равными 6 *см*.

2) В параллелограмме, площадь которого равна 41 $см^2$, стороны равны 5 *см* и 10 *см*. Найти обе высоты параллелограмма и построить этот параллелограмм.



Черт. 166.

510. В параллелограмме $ABCD$ CF и CE — высоты (черт. 166). Доказать, что $AB \cdot FC = AD \cdot CE$.

511. Доказать, что в параллелограмме бо́льшая высота соответствует меньшей стороне.

512. В параллелограмме стороны равны 6 *см* и 4 *см*. Одна из высот равна 5 *см*. Найти другую высоту. Сколько решений имеет задача?

513. Построить параллелограмм по данным его элементам и вычислить его площадь, проведя необходимые построения и измерения (площадь выразить в квадратных сантиметрах): а) стороны параллелограмма равны 4 *см* и 6 *см* и образуют угол в 125°; б) стороны параллелограмма равны 5 *см* и 3 *см*, а одна из диагоналей равна 6 *см*; в) диагонали параллелограмма, равные 8 *см* и 12 *см*, образуют угол в 150°.

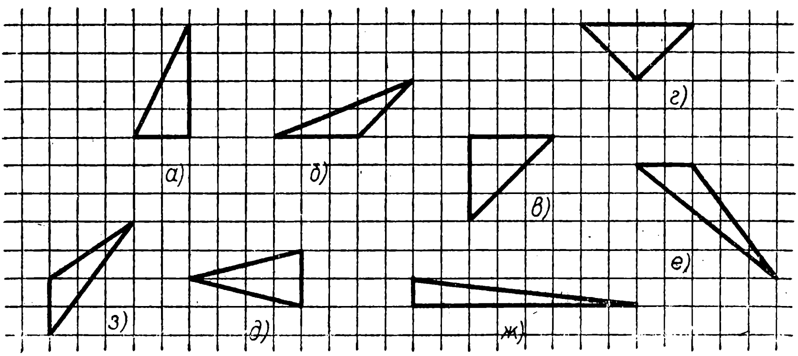
514. Как изменится площадь параллелограмма, если: а) не изменяя его высоты, увеличить в 3 раза его основание; б) не изменяя его основания, уменьшить в два раза его высоту; в) его основание уменьшить в 3 раза, а высоту увеличить в 2 раза?

Площадь треугольника.

515. По данным, приведённым в таблице, где a — основание треугольника, h — высота, проведённая к основанию, и S — площадь треугольника, определить неизвестную величину:

	1	2	3	4
a	?	0,8 *дм*	1,2 *м*	?
h	20 *см*	?	2 *дм*	4,8 *м*
S	2 *дм*^{2}	4 *см*^{2}	?	9,6 *м*^{2}

516. Указать на чертеже 167 равновеликие треугольники.



Черт. 167.

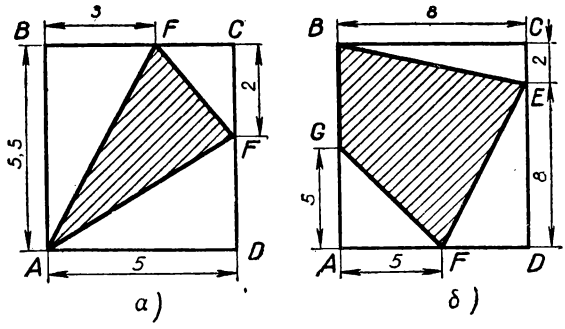
517. Две стороны треугольника равны 6 *см* и 5 *см*. Может ли его площадь быть равна: а) 10 *см*^{2}; б) 15 *см*^{2}; в) 20 *см*^{2}?

518. Вычислить площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны: а) 4 *см* и 7 *см*; б) 1,2 *м* и 35 *дм*.

519. Вычислить площади заштрихованных фигур (черт. 168), если четырёхугольники $ABCD$ — прямоугольники.

520. Давление воздуха равно 10 *кГ/см*^{2}. Вычислить силу, с которой воздух давит на треугольную площадку, основание которой равно 0,12 *м*, а высота — 0,16 *м*.

521. Площадь треугольника равна 48 *см*^{2}. Найти высоту треугольника, проведённую к стороне, равной 32 *см*.



Черт. 168.

522. В треугольнике ABC $AB = 3AC$. Чему равно отношение высот, проведённых из вершин C и B?

523. 1) В прямоугольном треугольнике катеты равны 6 *см* и 8 *см*, гипотенуза равна 10 *см*. Найти высоту, проведённую к гипотенузе.

2) Основание одного треугольника равно 10 *см*, высота — 4 *см*. Основание другого треугольника равно 20 *см*. Какова должна быть его высота, чтобы треугольники были равновеликими?

3) Стороны прямоугольника равны 5 *см* и 6 *см*. Построить равновеликий ему треугольник с основанием, равным 7,4 *см*. Сколько решений имеет задача?

524. 1) В треугольнике высоты, проведённые к сторонам a и b, обозначены h_a и h_b. Доказать, что $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$.

2) Доказать, что если в треугольнике $a > b$, то $h_b > h_a$.

525. Построить треугольник по данным его элементам и, проведя необходимые построения и измерения, найти его площадь: а) сторона треугольника равна 6 *см*, углы, прилежащие к ней, равны 107° и 32°; б) стороны треугольника равны 4 *см* и 5,6 *см*, а угол между ними равен 88°; в) стороны треугольника равны 4 *см*, 6 *см*, 9 *см*.

526. Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90°$), площадь которого равнялась бы 24 *см*^{2}, если его катет AC равен 7 *см*. Какой угол больше: $\angle A$ или $\angle B$? Почему?

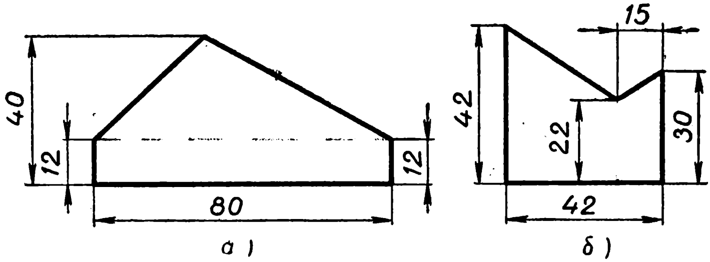
527. Построить треугольник, если: а) его площадь равна 15 *см*^{2}, одна из сторон равна 5 *см* и угол, прилежащий к ней, равен 42°; измерить наибольший угол треугольника; б) площадь треугольника равна 15 *см*^{2}, а стороны равны 5 *см* и 7 *см*; измерить меньший угол треугольника.

528. Как изменится площадь треугольника, если: а) не изменяя его высоты, увеличить в 3 раза его основание; б) не изменяя его основания, увеличить в 2 раза его высоту; в) его основание уменьшить в 5 раз, а высоту увеличить в 4 раза?

529. Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 3 *см* и 7 *см*, а угол между ними равен 30°.

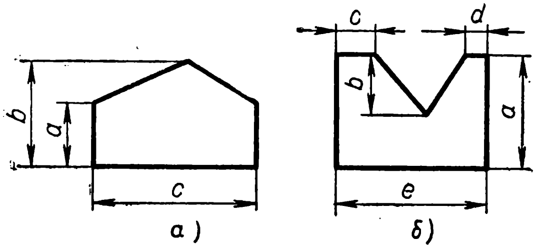
530. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 30°. Найти боковую сторону треугольника, если его площадь равна 200 *см*².

531. 1) Найти площади фигур, приведённых на чертеже 169.



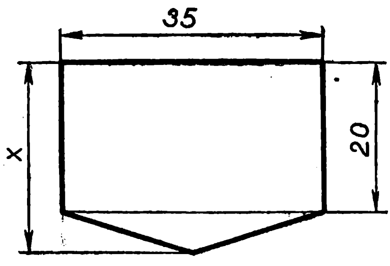
Черт. 169.

2) Написать в общем виде формулу для определения площадей фигур, данных на чертеже 170.

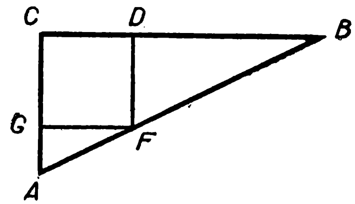


Черт. 170.

532. Площадь фигуры, изображённой на чертеже 171, равна 805 *см*². Найти неизвестный размер x (размеры на чертеже даны в сантиметрах).



Черт. 171.



Черт. 172.

533. В прямоугольный треугольник вписан квадрат $CDFG$ (черт. 172). Найти площадь квадрата, если катеты треугольника равны 8 *см* и 4 *см*. (Ответ дать с тремя значащими цифрами.)

Указание. Провести отрезок CF и выразить площадь треугольника ABC, как сумму площадей треугольников CBF и CFA.

534. 1) В треугольнике ABC проведена медиана AD. Доказать, что треугольники ABD и ACD равновелики.

2) В треугольнике ABC точка F, середина медианы BD, соединена с вершинами A и C. Доказать, что треугольники AFD, CFD, BCF и ABF равновелики.

535. 1) В трапеции $ABCD$ ($AB \| CD$) проведены диагонали, точка их пересечения обозначена через O. Указать все пары равновеликих треугольников.

2) В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Какие из образовавшихся треугольников будут равновеликими?

536. Площадь треугольника ABC равна 18 *см*², точка D взята на стороне AC так, что $DC=2AD$. Найти площади треугольников ABD и DBC.

537. 1) Прямой, проходящей через вершину треугольника, разделить его на два равновеликих треугольника.

2) Разделить данный треугольник на три равновеликих треугольника двумя прямыми, проходящими через его вершину.

3) Прямой, проходящей через вершину треугольника, разделить его на два треугольника, площади которых относились бы, как 2 : 3.

538. В параллелограмме $ABCD$ одна из его вершин соединена с серединами противоположных сторон и с противоположной вершиной. Доказать, что полученные таким образом четыре треугольника равновелики.

539. Вычислить площадь квадрата, если его диагональ равна 14 *см*.

540. 1) Найти площадь ромба, диагонали которого равны 12 *см* и 16 *см*.

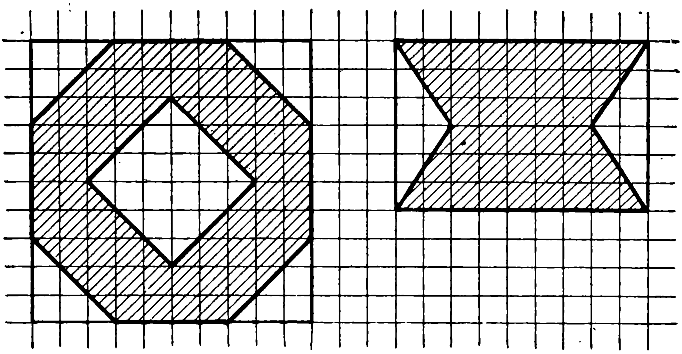
2) Доказать, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

541. Середины сторон параллелограмма последовательно соединены. Найти площадь полученного четырёхугольника, если площадь параллелограмма равна 24 *см*².

542. 1) Построить равнобедренный треугольник, равновеликий данному треугольнику, так, чтобы основание построенного треугольника было равно какой-либо стороне данного треугольника.

2) Построить треугольник, равновеликий данному треугольнику, так, чтобы основание построенного треугольника равнялось какой-либо стороне данного треугольника, а один из углов при основании был равен 45°.

543. Перечертить в тетрадь по клеточкам фигуры, данные на чертеже 173, указать несколько способов определения площадей

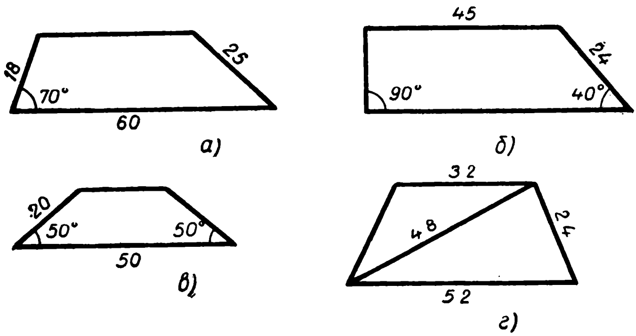


Черт. 173.

заштрихованных частей этих фигур и вычислить указанные площади наиболее рациональным способом.

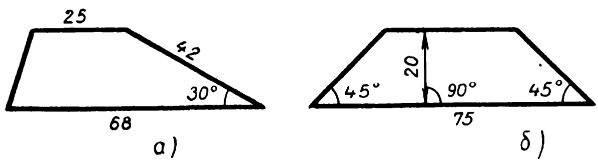
Площадь трапеции.

544. По данным на чертеже 174 элементам трапеций построить трапеции и найти их площади, проведя необходимые построения и измерения.



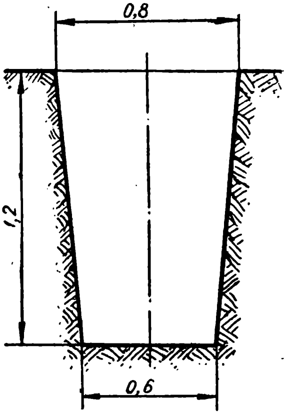
Черт. 174.

545. По размерам, проставленным на чертеже 175, вычислить площади трапеций, вычислив предварительно необходимые для этого элементы.



Черт. 175.

546. На чертеже 176 дано поперечное сечение траншеи. Вычислить площадь её поперечного сечения (размеры на чертеже даны в метрах).



Черт. 176.

547. Площади многоугольников (черт. 177) равны: а) 12 540 *мм*²; б) 3375 *мм*². Вычислить размер x (размеры даны в миллиметрах).

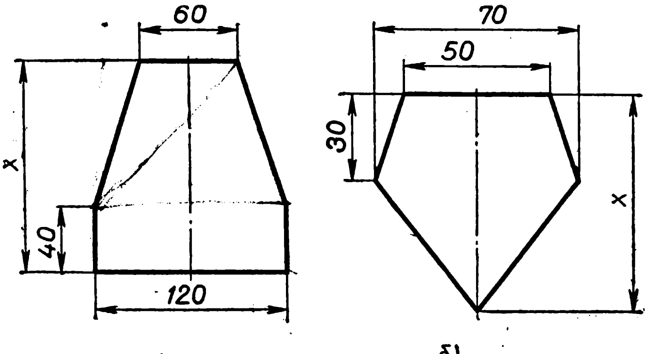
548. Основания трапеции равны 36 *см* и 12 *см*, боковая сторона, равная 7 *см*, образует с одним из оснований трапеции угол в 150°. Найти площадь трапеции.

549. Основания трапеции равны 10 *см* и 35 *см*, а площадь её равна 225 *см*². Найти высоту трапеции.

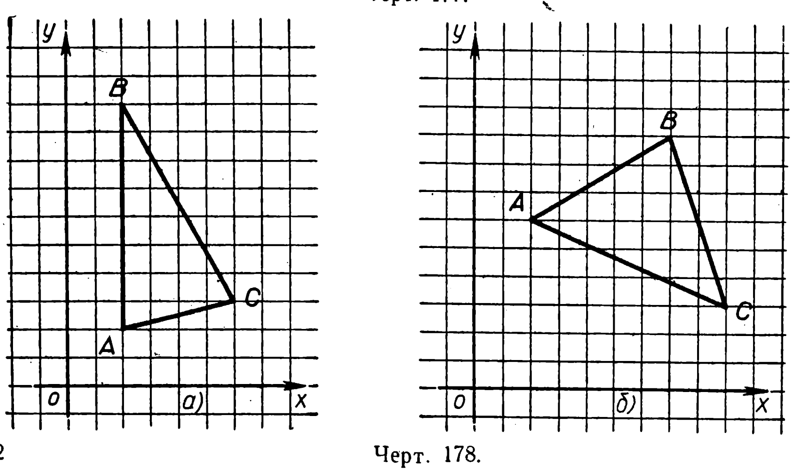
550. Основание трапеции равно 26 *см*, высота — 10 *см*, а площадь — 200 *см*². Вычислить второе основание трапеции.

551. Высота трапеции равна 20 *см*, площадь её равна 400 *см*². Найти среднюю линию трапеции.

552. Площадь трапеции равна 36 *см*², высота равна 2 *см*. Найти основания трапеции, если они относятся, как 4 : 5.



Черт. 177.

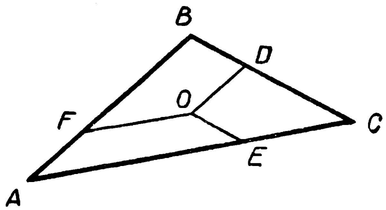


Черт. 178.

553. Найти площади треугольников, данных на чертеже 178, считая, что сторона одной клетки изображает отрезок в 1 *см*.

554. Середины оснований трапеции соединены отрезком прямой. Доказать, что полученные таким образом две трапеции равновелики.

555*. В треугольнике ABC через точку пересечения его медиан (точку O) проведены, как показано на чертеже 179, отрезки, параллельные сторонам треугольника. Доказать, что полученные три трапеции равновелики.

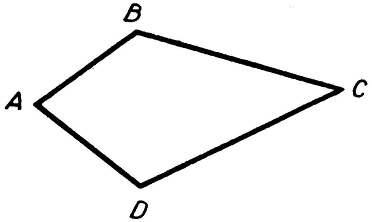


Черт. 179.

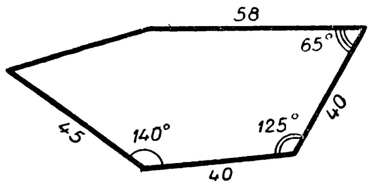
Площадь произвольного многоугольника.

556. Доказать, что площадь четырёхугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны, равна половине произведения его диагоналей.

557. Вычислить площадь участка, план которого дан на чертеже 180, если масштаб чертежа равен 1 : 200.



Черт. 180.



Черт. 181.

558. Начертить пятиугольник по заданным его размерам (черт. 181) и найти его площадь.

Теорема Пифагора.

559. Найти гипотенузу прямоугольного треугольника по данным его катетам: а) 3 *см* и 4 *см*; б) 0,5 *см* и 1,2 *см*.

560. Найти неизвестный катет прямоугольного треугольника по его катету и гипотенузе: а) 8 *см* и 10 *см*; б) 2 *см* и 3 *см*; в) 56 *см* и 10,1 *дм*.

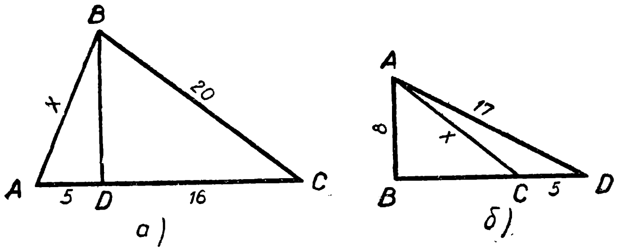
561. Могут ли длины всех сторон прямоугольного треугольника выражаться нечётными числами?

562. На фигурах, приведённых на чертеже 182, найти неизвестные размеры.

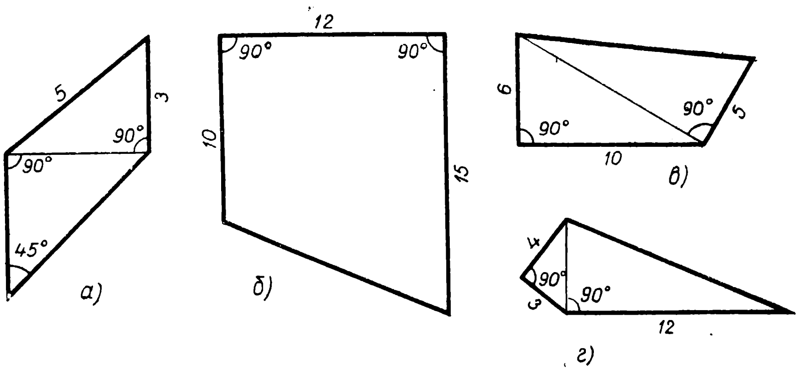
563. Найти периметры фигур, изображённых на чертеже 183.

564. По размерам, данным на чертеже 184, найти расстояния между центрами окружностей (размеры даны в миллиметрах).

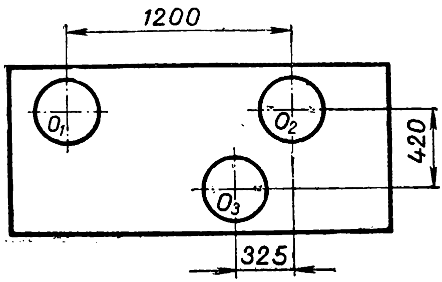
565. Стороны прямоугольника равны 12 *см* и 5 *см*. Найти его диагонали.



Черт. 182.



Черт. 183.



Черт. 184.

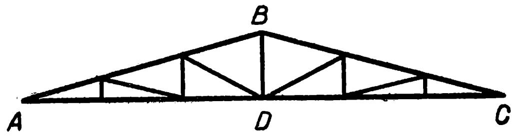
566. Найти стороны ромба, если его диагонали равны: а) 12 *см* и 16 *см*; б) 24,6 *см* и 56,7 *см*.

567. 1) Внутри прямого угла находится точка, удалённая от одной его стороны на 64 *см* и от другой стороны — на 54 *см*. Найти её расстояние от вершины угла.

2) Внутри прямого угла находится точка, удалённая от одной его стороны на m, а от другой стороны — на n (m и n выражены

в одних единицах). Записать формулу, по которой можно найти расстояние от данной точки до вершины угла.

568. Пролёт AC строительной фермы (черт. 185) равен 23,00 *м*, ноги её AB и CB равны 12,00 *м*. Найти высоту BD фермы.



Черт. 185.

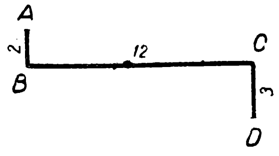
569. Стороны параллелограмма равны 15 *см* и 12 *см*. Одна из диагоналей перпендикулярна к его стороне. Вычислить длину диагоналей.

570. Из точки, взятой вне прямой, проведены к ней две наклонные; одна из них имеет длину 13 *мм*, её проекция на прямую равна 12 *мм*. Найти длину второй наклонной, если она составляет с прямой угол в 30°.

571. Из точки, взятой вне прямой, проведены к прямой две наклонные. Одна из них имеет длину 17 *см*, и её проекция на эту прямую равна 15 *см*. Найти проекцию второй наклонной, если она образует с прямой угол в 45°.

572. Из точки, взятой на расстоянии 6 *м* от прямой, проведены к ней две наклонные, одна из которых равна 13 *м*. Другая наклонная образует с прямой угол в 45°. Найти расстояние между основаниями наклонных (два решения).

573. На фигуре, данной на чертеже 186, найти расстояние между точками A и D.



Черт. 186.

574. Дан квадрат со стороной 5,5 *см*. Построить квадрат, площадь которого была бы: а) в два раза больше площади данного квадрата; б) в два раза меньше площади данного квадрата.

575. 1) Построить квадрат, площадь которого равна сумме площадей двух данных квадратов.

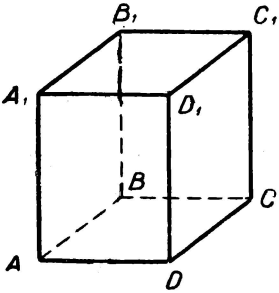
2) Построить квадрат, площадь которого равна разности площадей двух данных квадратов.

576. 1) Построить квадрат, площадь которого равна сумме площадей двух квадратов со сторонами 2,5 *см* и 3,5 *см*.

2) Построить квадрат, площадь которого равна разности площадей двух квадратов со сторонами 3,5 *см* и 5,5 *см*.

§ 19. Поверхность прямой призмы[1].

577. На модели прямоугольного параллелепипеда покажите: а) отрезки параллельных прямых; б) отрезки скрещивающихся прямых; в) перпендикуляр к плоскости основания; г) перпендикуляр к какой-либо боковой грани.



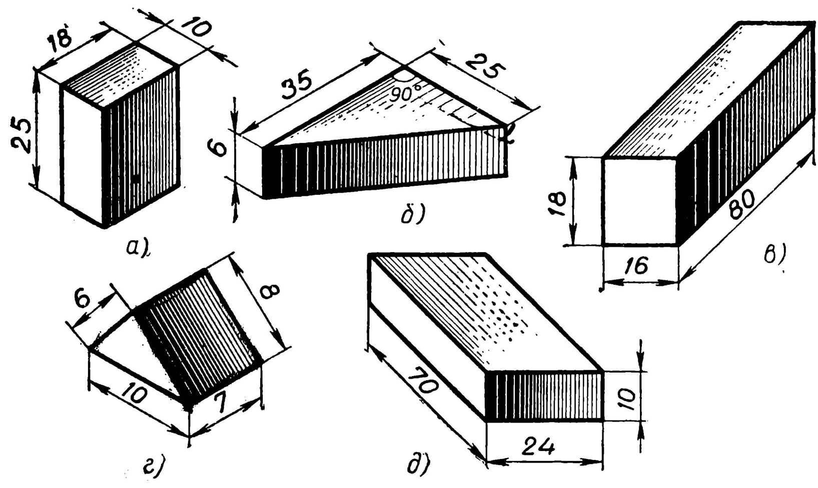
Черт. 187.

578. 1) На чертеже 187 изображён прямоугольный параллелепипед: а) назовите рёбра, параллельные ребру D_1C_1. Сколько всего таких рёбер? б) докажите, что ребро D_1D перпендикулярно плоскости основания; в) докажите, что ребро DC перпендикулярно грани BB_1C_1C. Какой ещё грани перпендикулярно ребро DC? г) перечислите все рёбра, перпендикулярные грани AA_1B_1B. Сколько всего таких рёбер?

2) Как проверить правильность установки вертикального шеста или столба?

579. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 10 *см*, 5 *см* и 15 *см*. Найти площадь основания и площади двух неравных боковых граней.

580. По размерам, данным на чертеже 188, найти поверхности прямоугольных параллелепипедов и прямых призм.



Черт. 188.

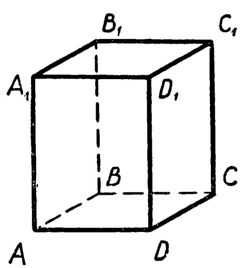
[1] В дальнейшем для сокращения вместо «площадь поверхности» мы будем говорить «поверхность».

581. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 12 *см*, 16 *см* и 7 *см*; приняв за основание бо́льшую грань, вычислить боковую поверхность параллелепипеда.

582. На чертеже 189 изображена прямая призма, в основании которой лежит параллелограмм $ABCD$ с острым углом A:

а) назовите все грани, являющиеся прямоугольниками;

б) доказать, что ребро DC не перпендикулярно грани AA_1D_1D.



Черт. 189.

583. Вычислить боковую поверхность прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами 6 *см* и 15 *см*, его высота призмы равна 10 *см*.

Почему приведённых данных недостаточно для определения полной поверхности этой призмы?

Какова наибольшая полная поверхность прямой призмы, удовлетворяющей этим условиям?

584. Вычислить полную поверхность прямой призмы высотой 15 *см*, в основании которой находится ромб с острым углом в 30° и высотой 10 *см*.

585. Вычислить боковую и полную поверхности прямой призмы высотой 12 *см*, в основании которой лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза и катет которого равны соответственно 24 *см* и 14 *см*. (Результат выразить в целых кв. сантиметрах.)

586. Вычислить полную поверхность прямой призмы высотой 10 *см*, в основании которой лежит равнобедренная трапеция с основаниями, равными 10 *см* и 16 *см*, и боковой стороной, равной 5 *см*.

587. Длина комнаты 6,2 *м*, ширина 4,3 *м*, высота 2,8 *м*. Высота двери 2,0 *м*, высота каждого из трёх окон 1,8 *м*, ширина окон и двери 1,2 *м*. Найти: а) площадь пола; б) площадь стен комнаты; в) отношение площади окон к площади пола.

§ 20. Объём прямой призмы.

Объём куба.

588. Найти объём куба, ребро которого равно: а) 2 *см*; б) 2,1 *дм*.

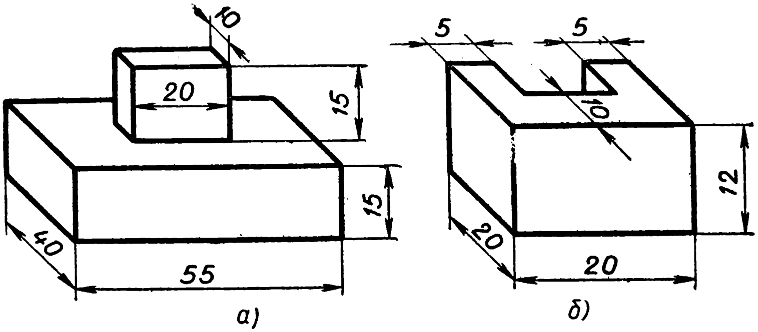
589. Найти ребро и объём куба, площадь основания которого равна: а) 16 *дм*^{2}; б) 1,6 *дм*^{2}.

590. Найти ребро и полную поверхность куба, если его объём равен: а) 27 *см*^{3}; б) 64 *см*^{3}; в) 0,125 *м*^{3}.

591. Вычислить объём куба, если его полная поверхность равна: а) 6 *см*^{2}; б) 28 *дм*^{2}.

592. По размерам, данным на чертеже 188 (*а*, *б*, *г*), определить объёмы прямых призм.

593. По размерам фигур, данных на чертеже 190, найти их объёмы, рассматривая фигуры как комбинации прямоугольных параллелепипедов.

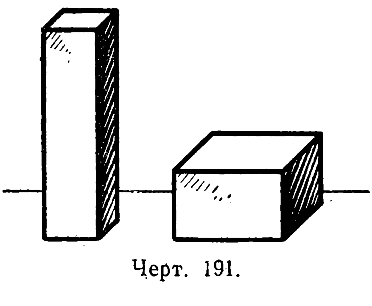


Черт. 190.

594. Найти неизвестные элементы прямоугольного параллелепипеда по данным, приведённым в таблице, где a и b — длина и ширина основания, h — высота, S — полная поверхность, V — объём:

	1	2	3	4
a	20 *см*	0,32 *м*	20 *см*	?
b	1,5 *дм*	0,21 *м*	?	0,3 *м*
h	30 *дм*	?	10 *см*	20 *см*
$S_{\text{осн.}}$	?	?	0,06 $м^2$	?
S	?	?	?	?
V	?	6720 $см^3$	?	0,06 $м^3$

595. Бассейн для плавания имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами 50 *м* × 20 *м* × 3 *м*. Определить, за сколько времени бассейн наполнится водой на высоту 2,8 *м*, если за 1 *мин* в бассейн поступает 6,7 *куб. м* воды.



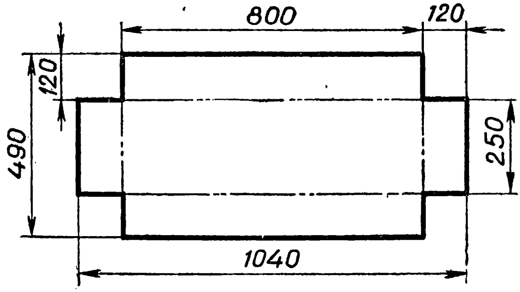
Черт. 191.

596. Найти вес каждого из трёх кубиков из железа, меди и свинца, если ребро каждого кубика равно 2 *см*. Удельный вес железа, меди и свинца равен соответственно $7{,}8\frac{г}{см^3}$; $8{,}9\frac{г}{см^3}$; $11{,}3\frac{г}{см^3}$.

597. На чертеже 191 изображены два прямоугольных параллелепипеда, в основании которых находятся квадраты. Произведя необходимые измерения на чертеже, определить, который из параллелепипедов имеет больший объём.

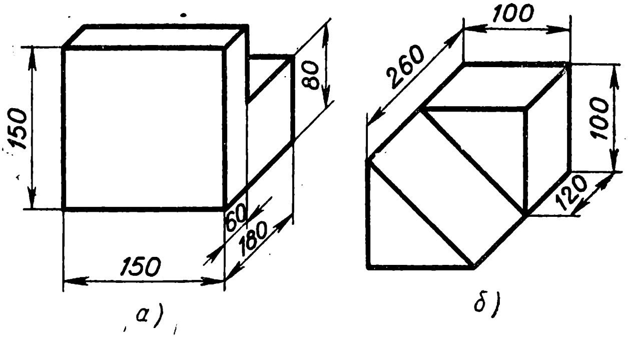
598. Как изменится объём прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольник, если:

а) не изменяя её основания, увеличить в три раза её высоту,



Черт. 192.

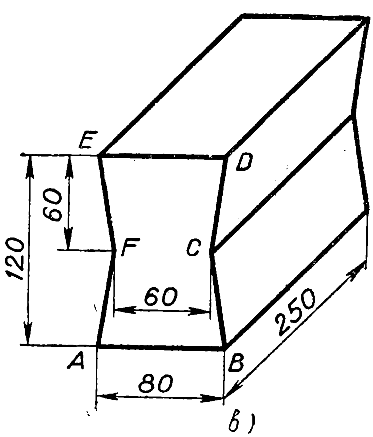
б) не изменяя её высоты, увеличить в два раза каждую сторону её основания?



599. На чертеже 192 дана развёртка прямоугольной коробки. По размерам, данным на чертеже, найти её объём и боковую поверхность.

600. Из листа прямоугольной формы длиной 0,60 *м* и шириной 0,35 *м* вырезали по углам равные квадраты со стороной 10 *см*, затем выступы согнули так, что получилась коробка. Найти её объём.

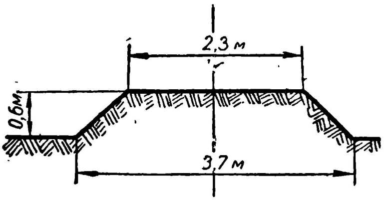
601. По размерам фигур, приведённых на чертеже 193, найти их объёмы, считая все параллелепипеды прямоугольными, а призмы — прямыми.



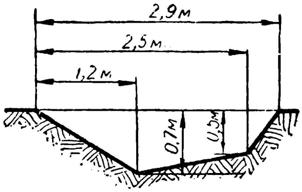
Черт. 193.

602. На чертеже 194 дан разрез земляной насыпи. Сколько кубических метров земли приходится на один погонный метр насыпи?

603. Река в сечении имеет форму и размеры, указанные на чертеже 195. Скорость течения реки $2\frac{км}{ч}$. Определить, какой объем воды проходит через это сечение за одну минуту.



Черт. 194



Черт. 195.

604. Сколько нужно времени одному человеку для того, чтобы вырыть траншею длиной 25 *м*, поперечное сечение которой представляет прямоугольник со сторонами 0,8 *м* и 0,6 *м*, считая, что за час он может вынуть 0,75 *куб. м* грунта?

605. Толщина слоя снега на горизонтальной крыше равна 50 *см*. С какой силой давит снег на 1 $м^2$ площади крыши? (Удельный вес снега принять равным $0{,}35\frac{г}{см^3}$.)

ГЛАВА VII.

ОКРУЖНОСТЬ.

§ 21. Окружность.

606. В окружности радиуса 2,8 *см* провести через взятую на ней точку хорду, равную 4 *см*. Сколько может быть проведено хорд, удовлетворяющих этому условию?

607. Окружность пересечена двумя прямыми, проходящими через её центр. Доказать, что хорды, соединяющие точки пересечения прямых с окружностью, попарно равны.

608. Концы двух взаимно перпендикулярных диаметров последовательно соединены. Определить вид полученного четырёхугольника.

609. Сколько градусов содержит дуга окружности, если радиус, проведённый в её конец, составляет с хордой, стягивающей эту дугу, угол, равный 42°?

610. В окружности проведены две хорды CC_1 и DD_1, перпендикулярные диаметру AB (точки C и D находятся по одну сторону диаметра AB). Доказать, что отрезок MM_1, соединяющий середины хорд CD и C_1D_1, перпендикулярен AB.

611. Хорда окружности пересекает её диаметр под углом $60°$ и делится им на части, равные 8 *см* и 3 *см*. Найти проекцию хорды на этот диаметр.

612. Хорда окружности пересекает её диаметр под углом, равным $30°$, и делится им на части, равные 6 *см* и 12 *см*. Найти:

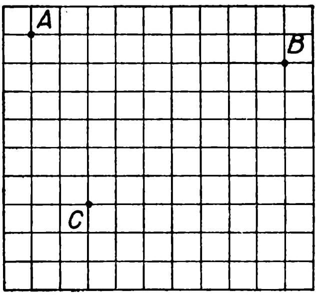
а) расстояние от концов хорды до диаметра; б) расстояние от середины хорды до диаметра.

613. Построить окружность, проходящую через две данные точки. Где находятся центры окружностей, проходящих через эти две точки? Чему равен радиус наименьшей окружности, проходящей через две точки?

614. 1) На данной прямой найти центр окружности, проходящей через две данные точки. Когда задача не имеет решения?

2) Через две данные точки провести окружность с центром на данной окружности. Когда задача имеет одно решение; два решения? Когда задача не имеет решения?

615. Перечертить по клеточкам точки A, B и C (черт. 196). Через эти три точки провести окружность и измерить её радиус.



Черт. 196.

616. 1) Сторона равностороннего треугольника равна 60 *мм*. Описать около этого треугольника окружность и измерить её радиус.

2) Стороны треугольника равны 50 *мм*, 80 *мм* и 100 *мм*. Описать около этого треугольника окружность и измерить её диаметр.

617. Через вершины равнобедренного треугольника, у которого основание равно 6 *см* и один из углов равен $30°$, провести окружность и измерить её диаметр (два решения).

618. Описать около прямоугольного треугольника окружность.

Указание. Использовать свойство медианы, проведённой к гипотенузе.

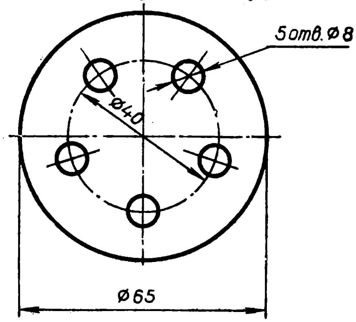
Зависимость между хордами и дугами в круге.

619. 1) Начертить окружность и отметить на ней точку C и дугу AB. На этой же окружности построить дугу, равную дуге AB, с началом в точке C.

2) Начертить окружность и отметить на ней дугу AB. На этой же окружности построить дугу, равную удвоенной дуге AB. Измерить хорды, стягивающие дугу AB и удвоенную

дугу, и убедиться, что при увеличении дуги в два раза соответствующая ей хорда не увеличивается в два раза.

3) Построить окружность, обозначить на ней дугу AB и на этой окружности построить дугу, равную утроенной дуге AB.



Черт. 197.

620. 1) Циркулем (путём проб) разделить построенную произвольную окружность на пять равных частей.

2) Построить дугу окружности и циркулем (путём проб) разделить её на: а) две равные части; б) три равные части.

621. Вычертить в натуральную величину деталь по размерам, данным на чертеже 197 (размеры даны в миллиметрах).

Диаметр, перпендикулярный к хорде.

622. Хорда, равная 16 *см*, отсекает от окружности дугу в 90°. Найти расстояние от центра окружности до хорды.

623. Хорда, проведённая в окружности радиуса 15 *см*, отсекает от окружности дугу в 120°. Найти расстояние от центра окружности до хорды.

624. Доказать, что две параллельные хорды окружности, проведённые через концы одного и того же диаметра, равны.

625. В окружности проведены две параллельные хорды, отсекающие от неё дуги в 90°. Найти расстояние между хордами, если длина одной из хорд равна 12 *см*.

626. Хорда окружности, перпендикулярная к другой хорде той же окружности и проходящая через её середину, является диаметром этой окружности. Доказать.

627. 1) Разделить данную хорду окружности пополам. Указать несколько способов решения.

2) Через данную внутри окружности точку провести хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.

628. В окружности через середину радиуса проведена перпендикулярная ему хорда. Доказать, что эта хорда видна из центра окружности под углом, равным 120°.

629. В окружности радиуса 10 *см* проведена хорда, отсекающая от окружности дугу в 120°. Определить, на какие части делит хорда диаметр, проведённый через её середину.

630. В окружности через середину хорды AB, точку F, проведён диаметр CD. Найти длину отрезка AC, если $AB=10$ *см*, $CF=12$ *см*.

631. Из точки A, взятой на окружности, проведены две хорды AB и AC, равные радиусу окружности. Точки B и C соединены отрезком прямой. Найти расстояние от центра окружности до хорды BC, если радиус окружности равен 10 *см*.

632. 1) Через вершины равнобедренной трапеции проведена окружность, основания трапеции отсекают от неё дуги в 120° и 20°. Определить дуги, отсекаемые боковыми сторонами (два решения).

2) Центр O окружности, описанной около равнобедренной трапеции $ABCD$ (AB и CD — основания трапеции), соединён с вершинами трапеции. Доказать, что $\angle AOD = \angle BOC$.

633. Найти боковую сторону и высоту равнобедренного треугольника, угол при вершине которого равен 120°, если радиус описанной около него окружности равен 10 *см*.

§ 22. Взаимное положение прямой и окружности, взаимное положение двух окружностей.

Касательная к окружности.

634. Через точку, данную на дуге окружности, не определяя её центра, провести к окружности касательную.

635. Около круга радиуса 10 *см* описана равнобедренная трапеция с острым углом, равным 30°. Найти её боковую сторону.

636 Около круга радиуса R описан ромб. Найти его высоту.

637. Две окружности имеют общий центр. Доказать, что хорды большей окружности, касающиеся меньшей окружности, равны между собой.

638*. Провести касательную к данной окружности, параллельную данной прямой. Рассмотреть случаи, когда: а) центр окружности находится вне чертежа; б) центр окружности известен.

639. 1) К данной окружности провести две касательные, составляющие между собой данный угол.

2) К данной окружности провести касательную, составляющую с данной прямой данный угол α.

640. Данным радиусом описать окружность, которая касалась бы данной прямой в данной на ней точке.

641*. На практике часто для проведения касательной к данной окружности через данную вне её точку пользуются одной линейкой. Решить следующие задачи, используя указанный приём построения касательной: а) построить треугольник по стороне и высотам, проведённым к двум другим сторонам; б) построить треугольник по двум сторонам и высоте, проведённой к третьей стороне;

в) построить равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведённой к боковой стороне.

642. Диаметр AB и хорда AC окружности с центром в точке O образуют угол, равный 30°. Касательная, проходящая через точку C, пересекает продолжение AB в точке D. Доказать, что $OC=\frac{1}{2}OD$.

643*. Через точку B, взятую на окружности с центром в точке O, проведены хорда AB (дуга AB меньше 90°) и касательная к окружности. Продолжение диаметра, перпендикулярного радиусу OA, пересекает касательную и продолжение хорды соответственно в точках C и D. Доказать, что отрезки BC и CD равны.

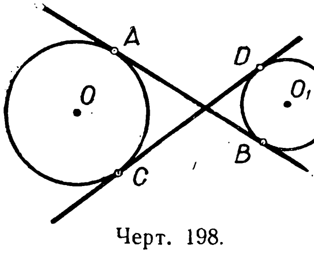
644. В данный угол вписать окружность радиуса 4 *см*.

645. 1) Доказать, что две касательные, проведённые к одной окружности через одну точку, взятую вне окружности, равны.

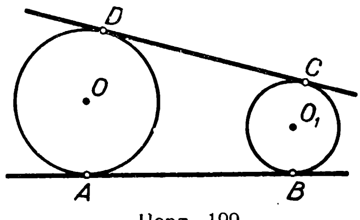
2) Касательные к окружности образуют угол, равный 60°. Доказать, что: а) отрезок, соединяющий их точку пересечения с центром окружности, равен диаметру окружности; б) отрезок, соединяющий точки касания, равен длине касательной от точки пересечения касательных до точки касания.

646. Угол BAC, образованный касательными AB и AC к одной окружности, равен 60°; длина ломаной линии BAC равна 1 *м*. Определить расстояние между точками касания B и C.

647. Из точки, лежащей вне окружности радиуса R, проведены к ней две взаимно перпендикулярные касательные. Найти длину каждой касательной.



Черт. 198.

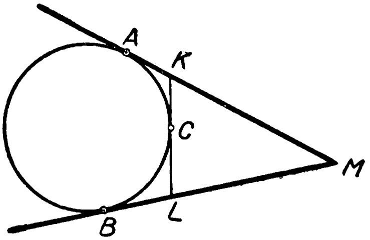


Черт. 199.

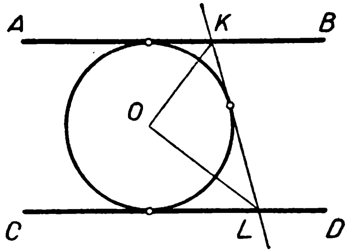
648. Доказать, что общие внутренние касательные AB и CD к двум окружностям равны (A, B, C, D — точки касания, черт. 198).

649. На чертеже 199 AB и CD — общие внешние касательные к двум окружностям (A, B, C и D — точки касания). Доказать, что $AB=CD$.

650. Через точку M, взятую вне окружности, проведены к ней касательные MA и MB (A и B — точки касания), и через произвольную точку C меньшей дуги AB проведена касательная KL к окружности. Доказать, что периметр треугольника KML (черт. 200) не зависит от положения точки C.



Черт. 200.



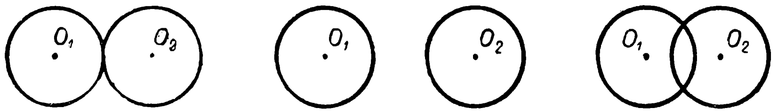
Черт. 201.

651. На чертеже 201 AB, CD, KL — касательные к окружности, причём AB параллельна CD. Доказать, что $\angle KOL$ равен 90°.

Взаимное положение двух окружностей.

652. Как расположены друг относительно друга две окружности, если: а) расстояние между их центрами равно 15 *см*, а радиусы их равны 3 *см* и 8 *см*; б) расстояние между их центрами равно 200 *мм*, а диаметры их равны 320 *мм* и 80 *мм*; в) расстояние между их центрами равно 8 *см*, а диаметры их равны 20 *см* и 2 *см*; г) расстояние между их центрами равно 200 *мм*, а радиусы их равны 420 *мм* и 260 *мм*?

653. Начертить окружности, расположенные друг относительно друга так, как это указано на чертеже 202, построить



Черт. 202.

центр симметрии и оси симметрии для каждого случая расположения окружностей (окружности имеют равные радиусы).

654. Найти радиусы двух окружностей, имеющих общий центр, если диаметр большей окружности делится меньшей окружностью на 3 части, равные 9 *см*, 12 *см*, 9 *см*.

655. 1) Радиусы двух окружностей, имеющих общий центр, относятся, как 2 : 7. Найти диаметры этих окружностей, если ширина кольца, образованного ими, равна 24 *см*.

2) Найти диаметры двух окружностей, имеющих общий центр, если известно, что они относятся, как 2 : 5, а одна из трёх частей, на которые диаметр большей окружности делится меньшей окружностью, равна 9 *см* (два решения).

656. 1) Две окружности касаются внешним образом. Радиусы окружностей относятся, как 2 : 3. Найти диаметры окружностей, если расстояние между центрами окружностей равно 10 *см*.

2) Две окружности касаются внутренним образом. Определить радиусы этих окружностей, если они относятся, как 5 : 2, а расстояние между центрами равно 15 *см*.

657. 1) Две окружности расположены одна внутри другой. Диаметр большей окружности, проходящий через центр меньшей окружности, делится меньшей окружностью на три части, равные 2 *см*, 10 *см* и 6 *см*. Найти диаметры окружностей и расстояние между центрами окружностей.

2) Две окружности, радиусы которых относятся, как 2 : 5, расположены одна внутри другой. Диаметр большей окружности, проходящий через центр меньшей окружности, делится меньшей окружностью на три части, крайние из которых равны 10 *см* и 5 *см*. Найти радиусы этих окружностей и расстояние между их центрами.

658. Общая хорда двух равных пересекающихся окружностей, радиус которых равен R, видна из их центров под углом 120°. Сделать чертёж. Найти расстояние между центрами окружностей.

§ 23. Вписанные углы.

659. Определить углы вписанного в окружность равнобедренного треугольника, боковая сторона которого стягивает дугу в 24°51′.

660. Хорда делит окружность на две части, отношение которых равно 4 : 5. Под каким углом видна хорда из точек окружности (рассмотреть точки, принадлежащие обеим дугам)?

661. Окружность разделена тремя точками на части, относящиеся, как 2 : 3 : 4, и точки деления соединены между собой. Определить углы полученного треугольника.

662. Данная хорда видна из некоторой точки окружности под углом 41°15′. Найти дуги, на которые данная хорда делит окружность.

663. Окружность разделена на части в отношении 3 : 7 : 5 : 3. Определить внутренние углы многоугольника, полученного последовательным соединением точек деления, и углы, которые образует диагональ, проведённая из вершины большего угла многоугольника, с его сторонами.

664. 1) Как, пользуясь чертёжным треугольником, наметить точки окружности данного диаметра?

2) Как, пользуясь чертёжным треугольником, найти центр данной окружности?

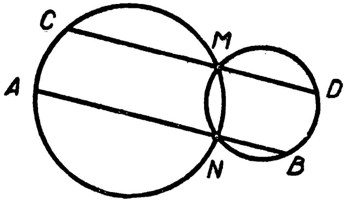
3) При помощи эккера отметить на местности несколько точек окружности, диаметр которой обозначен двумя вешками.

665. Используя свойство вписанных углов, построить прямоугольный треугольник по катету, равному 6 *см*, и проекции его на гипотенузу, равной 4 *см*. Измерить гипотенузу.

666. Доказать, что всякая трапеция, вписанная в круг, является равнобедренной трапецией.

667. В окружность вписана трапеция, диагональ которой совпадает с биссектрисой угла при основании. Определить дуги, на которые делят окружность вершины трапеции, если один из углов трапеции равен 81°.

668. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 62°. Полуокружность, описанная на боковой стороне треугольника, как на диаметре, делится другими сторонами треугольника на три дуги. Сколько градусов содержат эти дуги?



Черт. 203.

669*. Через точки M и N пересечения двух окружностей (черт. 203) проведены два параллельных отрезка AB и CD (точки A, B, C и D лежат на окружностях). Доказать, что эти отрезки равны.

Угол, составленный касательной и хордой.

670. Хорда AB стягивает дугу в 46°. Определить углы, которые образует хорда с касательными к окружности, проведёнными через её концы.

671. Секущая, проведённая через точку касания двух окружностей, делит их на четыре дуги. Доказать, что пары дуг, расположенные по разные стороны секущей и принадлежащие разным окружностям, содержат одинаковое число градусов (случай внешнего касания окружностей).

672. В угол ABC вписана окружность, точки касания делят окружность на две части, относящиеся, как $5 : 4$. Определить величину угла ABC.

673. Через концы хорды, делящей окружность в отношении $2 : 7$, проведены две касательные. Определить углы полученного треугольника.

674. Окружность разделена точками A, B, C на дуги, относящиеся, как $11 : 3 : 4$. Через точки A, B и C проведены касательные до их взаимного пересечения. Определить углы образовавшегося треугольника.

675*. К двум окружностям с центрами в точках O и O_1, касающимся извне в точке A, проведена общая касательная BC (B и C — точки касания). Доказать, что угол BAC — прямой.

§ 24. Длина окружности и площадь круга.

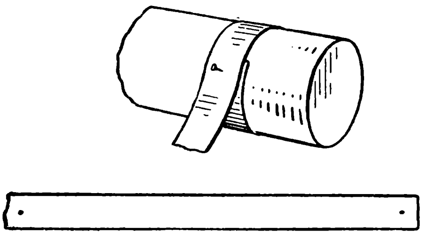
Длина окружности.

676. Найти длину окружности, если её радиус равен [1]: а) 18 *см*; б) 71,5 *см*; в) 0,22 *м*.

677. Вычислить диаметр окружности, если длина окружности равна [1]: а) 6,28 *см*; б) 45 *см*; в) 56,7 *дм*; г) 0,89 *м*.

678. 1) Определить диаметр ствола дерева, если длина окружности его поперечного сечения равна 450 *см* [1].

2) На чертеже 204 дан приём измерения диаметра поперечного сечения валика. Считая, что масштаб чертежа равен 1 : 2, найти диаметр валика.



Черт. 204.

679. Построить график для определения длины окружности по данному: а) радиусу окружности; б) диаметру окружности (масштаб выбрать по указанию учителя).

Пользуясь графиком, решить задачи 676 и 677.

680. Начертить окружность, длина которой была бы равна 157 *мм*.

681. Определить, сколько нужно столбов для забора вокруг площадки, имеющей форму круга, если расстояние между столбами (по дуге окружности) должно быть около полутора метров, а диаметр площадки равен 70 *м*.

682. Определить скорость точки (окружная скорость), находящейся на поверхности шкива диаметром 400 *мм*, если он делает 180 оборотов в минуту.

683. Диаметр ведущего колеса электровоза равен 2 *м*. Определить скорость электровоза, если ведущее колесо делает в минуту 100 оборотов.

684. Определить допустимое число оборотов в минуту точильного камня диаметром 200 *мм*, если максимально допустимая скорость точек на окружности камня равна 18 $\frac{м}{сек}$.

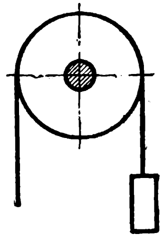
685. Груз поднимают при помощи блока, схематично пока-

[1] Данные получены в результате измерения.

занного на чертеже 205. На сколько поднимется груз за 8 оборотов блока, если его диаметр равен 150 *мм*?

686. Как определить расстояние до воды в колодце, если можно измерить диаметр вала, на который намотана цепь для ведра?

687. Как изменится длина окружности, если: а) радиус её увеличить на 10 *см*; б) радиус её увеличить в 5 раз; в) диаметр её увеличить в 7 раз; г) диаметр её уменьшить в 9 раз?



Черт. 205.

688. Радиус окружности R увеличен на m. Показать, что увеличение длины окружности не зависит от величины R.

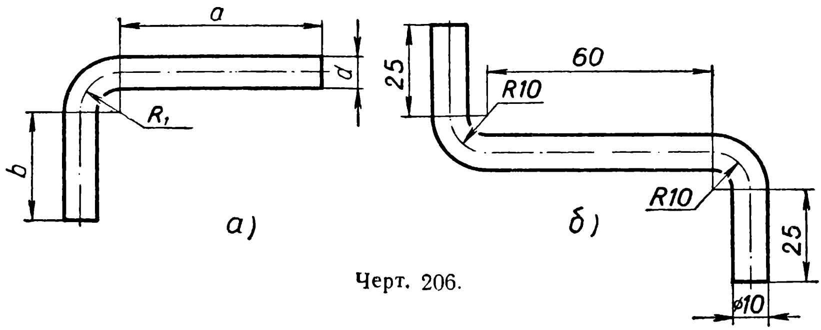
689. Определить диаметр трубы, которую можно изготовить из прямоугольного куска жести размером 425 *мм* × 250 *мм* (два решения). Расход материала на шов в расчёт не принимать.

Длина дуги.

690. 1) Радиус окружности равен R. Чему равна длина её дуги в 1°?

2) Радиус окружности равен 25 *см*. Чему равна длина её дуги в: а) 1°; б) 45°; в) 12°; г) 10°?

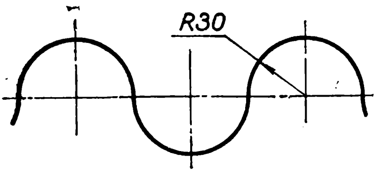
691. 1) Сколько градусов содержит дуга окружности радиуса 4 *см*, если длина дуги равна: а) 8 *см*; б) 6,2 *см*?



Черт. 206.

2) Сколько градусов содержит дуга окружности, длина которой равна радиусу?

692. Найти длину и радиус окружности, если длина её дуги, содержащей 36°, равна 45 *см*.



Черт. 207.

693. Рассчитать длину заготовки из пруткового материала для деталей, изображённых на чертеже 206.

694. Прямоугольной полосе жести нужно придать волнистую форму с сечением, указанным на чертеже 207. Какой длины нужна полоса для изготовления волнистой полосы длиной 500 *мм*?

Площадь круга.

695. Найти площадь круга, если: а) его радиус равен 3 *см*; б) его диаметр равен 6,2 *см*.

696. Вычислить диаметр и площадь круга, если длина его окружности равна: а) 26 *мм*; б) 142 *см* (данные приближённые).

697. Найти радиус круга, если известно, что его площадь равна: а) 48,7 $см^2$; б) 6,45 $м^2$; в) 400 $мм^2$ (данные приближённые).

698. 1) Найти диаметр круга, площадь которого равнялась бы сумме площадей двух кругов радиусов 3 *см* и 4 *см*.

2) Найти диаметр круга, площадь которого равнялась бы разности площадей двух кругов радиусов 10 *см* и 8 *см*.

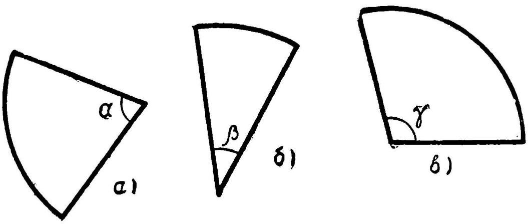
699. Может ли стальная проволока диаметра 3 *мм* выдержать груз в 300 *кГ*, если предельно допустимая нагрузка при растяжении стальной проволоки равна 80 $кГ/мм^2$?

700. Периметр квадрата больше длины окружности равновеликого ему круга. Доказать.

Площадь сектора.

701. Какую часть площади круга составляет площадь сектора, если его центральный угол содержит: а) 180°; б) 90°; в) 45°; г) 20°; д) 18°; е) 22°30′?

702. Сколько градусов содержит центральный угол сектора, если площадь сектора составляет от площади круга: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{15}{16}$; г) $\frac{1}{7}$?



Черт. 208.

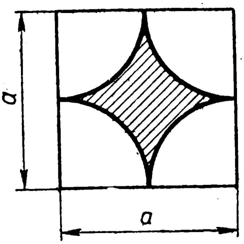
703. Определить площадь сектора радиуса 6,7 *см*, если его центральный угол равен 36°.

704. Вычислить площади секторов, данных на чертеже 208, проведя необходимые измерения.

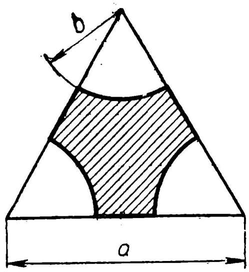
705. Найти радиус сектора, если его площадь равна 157 $мм^2$, а центральный угол равен 72°.

706. Найти угол сектора, если его площадь равна 56,8 $см^2$, а радиус равен 6 *см*.

707. Найти площади заштрихованных фигур, данных на чертежах 209 и 210.



Черт. 209.



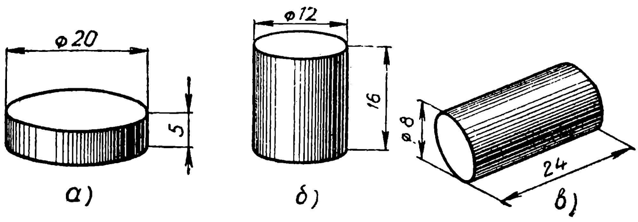
Черт. 210.

§ 25. Цилиндр. Поверхность и объём цилиндра.

Поверхность цилиндра.

708. Вычислить боковую и полную поверхности цилиндров, данных на чертеже 211.

709. Зная, что R — радиус основания цилиндра, H — его высота, $S_{осн.}$ — площадь основания, S — полная поверхность, вычислить неизвестные величины:



Черт. 211.

	1	2	3	4
R	10 *см*	2,0 *дм*	?	?
H	2,0 *дм*	?	1,0 *дм*	?
$S_{осн.}$	?	?	600 *см*^{2}	320 *см*^{2}
S	?	628 *дм*^{2}	?	1640 *см*^{2}

710. Построить развёртку цилиндра, площадь основания которого равна 50 *см*^{2}, а боковая поверхность равна 25 *см*^{2}.

711. Боковая поверхность цилиндра равна 200 *см*^{2}. Может ли длина окружности основания быть равной 400 *см*?

Объём цилиндра.

712. По данным на чертеже 211 размерам вычислить объёмы цилиндров.

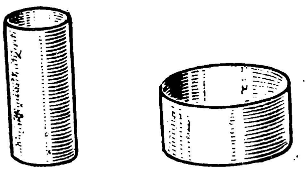
713. Зная, что R — радиус основания цилиндра, H — его высота, V — его объём, вычислить по данным, приведённым в таблице, неизвестные величины:

	1	2	3
R	12 *дм*	0,3 *м*	?
H	0,6 *м*	?	100 *см*
V	?	28 000 *см*^{3}	12,56 *дм*^{3}

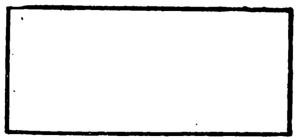
714. Вычислить объём карандаша цилиндрической формы.

715. Вычислить объём чайного стакана, имеющего цилиндрическую форму. Результат выразить в литрах.

716. На чертеже 212 изображены два цилиндрических сосуда. Произведя необходимые измерения и вычисления, определить, который из сосудов имеет больший объём.



Черт. 212.



Черт. 213.

717. Изобразить два цилиндра одинакового объёма, у которых диаметры оснований относятся, как 1 : 2.

718. Как изменится объём цилиндра, если:

а) не изменяя его высоты, увеличить в два раза радиус его основания;

б) не изменяя его основания, уменьшить в два раза его высоту;

в) радиус его основания увеличить в три раза, а высоту уменьшить в четыре раза?

719. На чертеже 213 дана развёртка боковой поверхности цилиндра. Проведя необходимые измерения и вычисления, найти объём этого цилиндра (два решения).

720. Построить развёртку цилиндра, площадь основания которого равна 50 *см*^{2}, а объём равен 560 *см*^{3}.

721. Определить вес стального цилиндра, диаметр которого равен 20 *мм*, а высота 120 *мм*; удельный вес стали принять равным 7,8 *Г/см*^{3}.

722. Определить давление кирпичной цилиндрической колонны

на фундамент, если высота колонны равна 2 *м*, диаметр основания равен 0,75 *м*. Вес одного кубического метра кирпича принять равным 1,8 *т*.

ГЛАВА VIII.

ПОВТОРЕНИЕ.

723. Доказать, что две прямые, перпендикулярные к двум пересекающимся прямым, также пересекаются.

724. 1) Построить параллелограмм, три вершины которого находились бы в данных точках. Сколько решений имеет задача?

2) Построить параллелограмм так, чтобы середины трёх его сторон находились в данных точках. Сколько решений имеет задача?

725. 1) Доказать, что всякий параллелограмм, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, есть ромб.

2) Доказать, что если диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны и в точке их пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник есть ромб.

726*. Даны три прямые, пересекающиеся в одной точке, и точка A на одной из них. Построить треугольник с вершиной в точке A так, чтобы его медианы лежали на трёх данных прямых.

727. Найти отрезок средней линии трапеции, заключённой между диагоналями трапеции, если её основания равны 54 *см* и 78 *см*.

728. В ромб с диагоналями, равными 10 *см* и 24 *см*, вписан четырёхугольник, вершинами которого являются середины сторон ромба. Определить вид четырёхугольника и его периметр.

729. Через середину гипотенузы прямоугольного треугольника, катеты которого равны 3 *см* и 4 *см*, проведены прямые, параллельные катетам. Определить периметр полученного прямоугольника.

730*. Биссектрисы углов, прилежащих к одной из непараллельных сторон трапеции, пересекаются под прямым углом, и точка их пересечения находится на средней линии трапеции. Доказать.

731. Построить равнобедренную трапецию по средней линии, равной 6 *см*, высоте, равной 4 *см*, боковой стороне, равной 4,8 *см*.

732. 1) В параллелограмме высоты относятся, как 2 : 3. Найти отношение смежных сторон.

2) Периметр параллелограмма равен 48 *см*, его высоты относятся, как 1 : 3. Найти стороны параллелограмма.

733. В треугольнике стороны относятся, как 4 : 5 : 6. Как относятся высоты треугольника?

734. В треугольнике ABC $AB = 10$ *см*, $BC = 20$ *см*; высота, проведённая из вершины A, равна 5 *см*. Найти высоту, проведённую из вершины C.

735. 1) Площадь треугольника равна 15 *см*^{2}. Определить площадь треугольника с той же высотой, но с основанием в три раза большим, чем основание первого треугольника.

2) Точка D лежит на стороне AB треугольника ABC. Как относятся отрезки AD и DB, если площадь треугольника ACD в три раза меньше площади треугольника ABC?

736. Площадь треугольника равна 15 *дм*^{2}. Найти две его стороны, если известно, что они относятся, как 3 : 5, и угол между ними равен 30°.

737. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Треугольники DAO и DOC равновелики. Доказать, что треугольники BAO и BCO также равновелики.

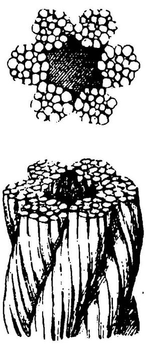
738. Основания трапеции равны 3 *см* и 16 *см*, боковая сторона, равная 3 *см*, составляет с основанием угол в 30°. Найти площадь трапеции.

739. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($AB \| CD$) $AB = 16$ *см* и $CD = 10$ *см*, меньшая боковая сторона равна 8 *см*. Найти периметр трапеции.

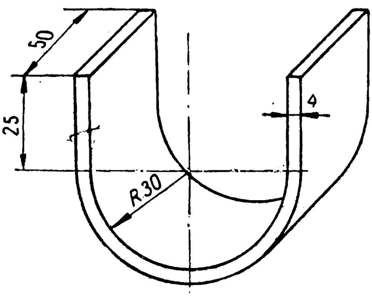
740. Через вершины вписанного в окружность прямоугольника проведены касательные к окружности. Определить вид полученного четырёхугольника.

741. Около круга радиуса R описан прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна c. Найти периметр треугольника.

742. На чертеже 214 изображён кручёный стальной канат. Сколько осей симметрии имеет фигура в сечении каната? Имеет ли эта фигура центр симметрии?



Черт. 214.



Черт. 215.

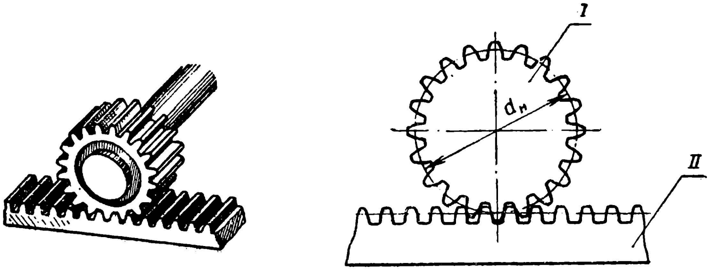
743. Через точку касания двух окружностей проведена к ним общая касательная. Доказать, что касательные, проведённые к этим окружностям из точки, взятой на их общей касательной, равны.

744. Найти размеры заготовки из листового материала по размерам, данным на чертеже 215. Припуск на опиловку краёв не учитывать.

745. 1) На сколько переместится рейка II при одном обороте шестерни I, если диаметр $d_н$ её начальной окружности равен 60 *мм* (черт. 216)?

2) На сколько переместится рейка II при повороте шестерни I на 35°, если диаметр $d_н$ её начальной окружности равен 100 *мм* (черт. 216)?

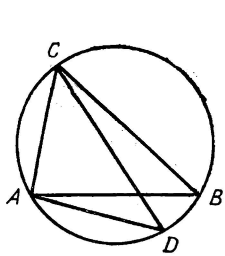
746. На чертеже 217 точки A, B, C и D находятся на окружности, $\angle ADC = 42°$, $\angle ACB = 58°$. Вычислить величину угла CAB.



Черт. 216.

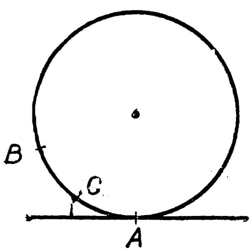
747. На окружности отмечены точки A, B, C и D так, что меньшие дуги AC и BD равны. Доказать, что треугольники ABC и BCD равны.

748. Точка C делит пополам дугу AB окружности (черт. 218). Доказать, что расстояния от точки C до хорды AB и до касательной, проходящей через точку A, равны.

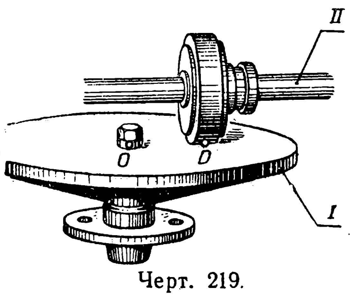


Черт. 217.

749. Пусть через три данные точки A, B и C надо провести дугу окружности, но центр этой окружности недоступен. Тогда находят несколько точек, лежащих на искомой дуге. Для этого поступают следующим образом: проводят биссектрису какого-нибудь из углов, например угла BCA, и через середину отрезка AB проводят к нему

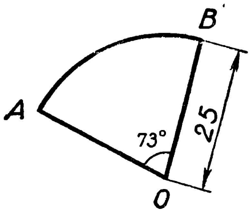


Черт. 218.

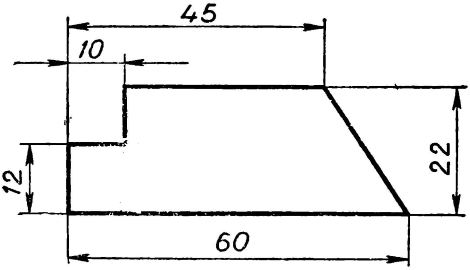


Черт. 219.

перпендикуляр. Доказать, что точка пересечения перпендикуляра и биссектрисы находится на окружности, проходящей через точки A, B и C.



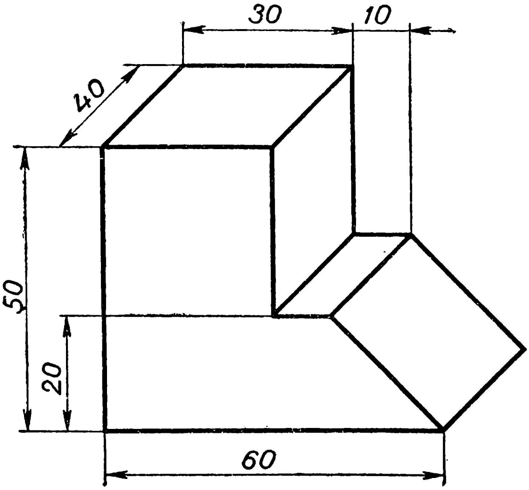
Черт. 220.



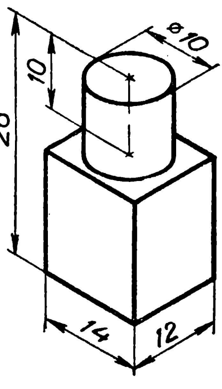
Черт. 221.

750*. Диаметр ведущего катка *II* фрикционной передачи (черт. 219) равен 150 *мм*. На сколько градусов повернётся ведомый диск *I* за один оборот ведущего катка *II*, если точка D, точка касания катка и диска, отстоит от центра O диска на 140 *мм*?

751. По данным на чертежах 220 и 221 размерам фигур вычислить их площади.



Черт. 222.



Черт. 223.

752. По данным на чертежах 222 и 223 размерам фигур вычислить их полные поверхности и объёмы, считая все параллелепипеды прямоугольными, а призмы прямыми.

ГЛАВА IX.

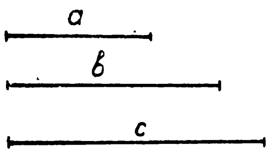
ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ. ПОДОБИЕ ФИГУР.

§ 26. Пропорциональные отрезки.

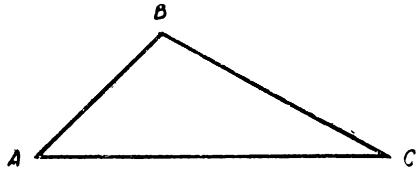
Отношение отрезков.

753. Найти отношения отрезков a и b, b и c, c и a (черт. 224)[1].

754. В треугольнике ABC (черт. 225) найти отношения $\frac{AB}{BC}$ и $\frac{AC}{AB}$.



Черт. 224.



Черт. 225

755. Может ли отношение катета к гипотенузе прямоугольного треугольника быть: а) меньше единицы; б) равно единице; в) больше единицы?

756. 1) Вычислить отношение катета к гипотенузе в равнобедренном прямоугольном треугольнике.

2) В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30°. Найти отношение каждого его катета к гипотенузе.

3) Найти отношение высоты равностороннего треугольника к его стороне.

757. Построить прямоугольный треугольник с острым углом в 40° и найти отношение: а) меньшего катета к гипотенузе; б) меньшего катета к большему.

758. Отрезок AB длиной a разделён точкой C на отрезки AC и CB, отношение которых равно $m : n$. Выразить длины отрезков AC и BC через числа a, m и n.

---

[1] В этой и следующих задачах точность измерения выбирается учащимися самостоятельно.

759. Отрезок AB разделён точками C и D ($AC<AD$) на отрезки AC, CD и DB; их длины равны соответственно a, b и c. Найти, какие части отрезка AB составляют отрезки AC, CD и AD.

760. Отрезок AB равен 6 *см*. Точки M и N лежат на прямой AB, причём точка M находится на отрезке AB, $AM : MB = 2:3$, точка N лежит вне отрезка AB и $AN : NB = 4 : 3$. Найти расстояние между точками M и N.

761. На отрезке AB длиной 6 *см* на расстоянии 3,6 *см* от точки A дана точка C. На продолжении отрезка AB за точкой B построить такую точку D, чтобы расстояние её от точки A относилось к расстоянию её от точки B, как $AC : CB$.

Пропорциональные отрезки.

762. Какое минимальное число разных отрезков должно быть для того, чтобы можно было поставить вопрос о пропорциональности этих отрезков?

763. Определить, пропорциональны ли пары отрезков a, b и c, d, если их длины равны:

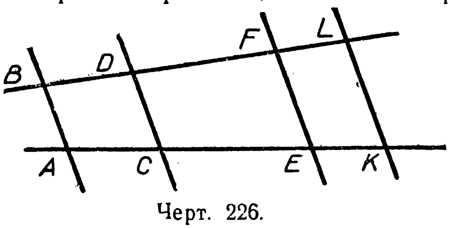
а) $a = 0{,}8$ *см*, $b = 0{,}3$ *см*, $c = 2{,}4$ *см*, $d = 0{,}9$ *см*;

б) $a = 50$ *мм*, $b = 6$ *см*, $c = 10$ *см*, $d = 18{,}5$ *см*.

764. Среди отрезков a, b, c, d и e выбрать пары пропорциональных отрезков, если $a = 2$ *см*, $b = 17{,}5$ *см*, $c = 16$ *см*, $d = 35$ *см*, $e = 4$ *см*.

765. 1) Даны три отрезка: a, b и c. Какова должна быть величина четвёртого отрезка d, чтобы эти четыре отрезка были пропорциональны, если $a = 6$ *см*, $b = 3$ *см*, $c = 4$ *см*, а отрезок d должен быть больше каждого из данных отрезков?

2) Даны три отрезка a, b и c. Какова должна быть величина четвёртого отрезка d, чтобы эти отрезки были пропорциональны, если $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$? Сколько решений имеет задача?



Черт. 226.

766. Точка D взята на стороне AB треугольника ABC ($AB = 6$ *см*, $BC = 9$ *см*) на расстоянии 2 *см* от вершины A. На какие части разделит сторону BC прямая, проведённая через точку D параллельно стороне AC?

767. На чертеже 226 $AB \| CD \| EF \| KL$, $AC = 25$ *мм*, $CE = 40$ *мм*, $EK = 20$ *мм*. Найти отрезки BD, DF, DL, если $BL = 125$ *мм*.

768. Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (точки B и D находятся на одной стороне угла, точки C и E — на другой). Найти:

а) AE, если $AB = 8$ *м*, $AD = 12$ *м*, $AC = 10$ *м*;

б) AD, если $AC : AE = \frac{3}{11} : 0{,}6$ и $BD = 12$ *дм*;

в) AB, если $AB + AD = 21$ *м*, $AC = 12$ *м* и $AE = 16$ *м*.

769. Через точку D, взятую на стороне AB треугольника ABC, проведён отрезок DF, параллельный стороне AC. Найти отрезок BF, если $AD : DB = 5 : 6$, $BC = 22$ *см*.

770. На сторонах угла ABC взяты четыре точки: K, L, M и N (точки M и N — на одной стороне угла). Определить, параллельны ли прямые LM и KN, если $BM = MN$, $BL = LK$.

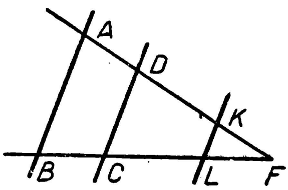
771. В треугольнике ABC сторона BC разделена на четыре равные части и через полученные точки деления проведены прямые, параллельные стороне AB, равной 18 *см*. Определить отрезки этих прямых, заключённые внутри треугольника.

772. Основания трапеции равны 14 *см* и 20 *см*. Одна из боковых сторон разделена на три равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные основаниям трапеции. Определить отрезки этих прямых, заключённые внутри трапеции.

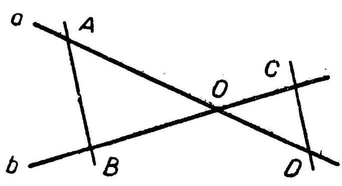
773. На чертеже 227 $AB \| DC \| KL$, $AD : DK : KF = 2 : 3 : 2$; $AB = 90$ *см*, $FC = 40$ *см*. Найти отрезки BC, CL, LF, DC и KL.

774. 1) Построить две окружности с центрами в точках O_1 и O_2, касающиеся между собой внешним образом, при условии, что отношение их радиусов равно $\frac{2}{3}$.

2) Построить две окружности с центрами в данных точках O_1 и O_2, касающиеся между собой внутренним образом, при условии, что отношение их радиусов равно $\frac{2}{3}$.



Черт. 227.



Черт. 228.

775. Прямые a и b (черт. 228), имеющие общую точку O, пересечены двумя параллельными прямыми AB и CD, точки A, B, C и D находятся на прямых a и b. Доказать, что $\frac{AO}{BO} = \frac{OD}{OC}$.

776. Прямые a и b, имеющие общую точку O, пересечены двумя параллельными прямыми AB и CD (см. черт. 228); точки A, B, C и D лежат на прямых a и b. $AD = 10$ *см*, $OB = 5$ *см*, $OC = 3$ *см*. Найти отрезки AO и OD.

§ 27. Подобие треугольников.

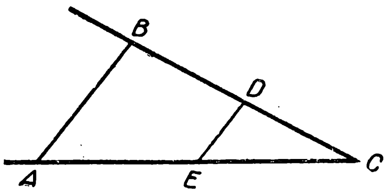
Свойства подобных треугольников.

777. В подобных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ (одинаковыми буквами названы вершины равных углов) $AB=8$ *см*, $BC=10$ *см*, $A_1B_1=5{,}6$ *см*, $A_1C_1=10{,}5$ *см*. Определить AC и B_1C_1.

778. Стороны треугольника относятся, как $5:3:7$. Найти стороны ему подобного треугольника, у которого:
а) периметр равен 45 *см*; б) меньшая сторона равна 5 *см*; в) большая сторона равна 7 *см*; г) разность большей и меньшей сторон составляет 2 *см*.

779. Периметры подобных треугольников относятся, как $10:9$; стороны одного треугольника относятся, как $6:7:8$. Определить стороны обоих треугольников, если сумма меньших сторон треугольников равна 38 *см* [1].

780. Если вершину треугольника перемещать параллельно противоположной стороне, то на каждой секущей, параллельной этой стороне, стороны всех образующихся треугольников отсекают равные отрезки. Доказать.



Черт. 229.

781. На чертеже 229 $AB \| DE$. Написать пропорции, начинающиеся с отношений: а) $\frac{AB}{AC}$; б) $\frac{DE}{AB}$; в) $\frac{AC}{EC}$; г) $\frac{BD}{DC}$.

782. В трапеции $ABCD$ ($AB \| CD$) $AB=4$ *см*, $CD=6$ *см*, одна из боковых сторон равна 6 *см*. На сколько нужно её продолжить до встречи с продолжением другой стороны?

783. Продолжения боковых сторон AD и BC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Определить:

а) меньшее основание трапеции, если большее основание AB равно 25 *см*, $AF=10$ *см*, $AD=4$ *см*;

б) отрезок DF, если $AF=18$ *см*, $AB:DC=4:5$.

784. Найти среднюю линию трапеции $ABCD$ ($AB \| CD$), если отрезок AF (точка F — точка пересечения продолжения боковых сторон трапеции) равен 5 *см*, $AD=4$ *см*, $AB=10$ *см* (два решения).

785. В треугольнике ABC через точку D, взятую на стороне AB, проведён отрезок DF, параллельный стороне AC (точка F находится на стороне BC). Найти:

а) сторону AC, если $AD=5$ *см*, $DB=3$ *см*, $DF=4$ *см*;

б) сторону AB, если $AD=4$ *см*, $DF=6$ *см*, $AC=8$ *см*.

---

[1] Ответ дать с точностью до 0,05 *см*.

786. Две параллельные улицы пересекаются двумя улицами, выходящими из одного пункта A. Части параллельных улиц, заключённые между лучевыми улицами, равны 0,75 *км* и 1,25 *км*. Трамвай идёт по одной из лучевых улиц от пункта A до первой из параллельных улиц 15 *мин*. Сколько времени он при такой же скорости будет идти по той же лучевой улице от первой до второй из параллельных улиц?

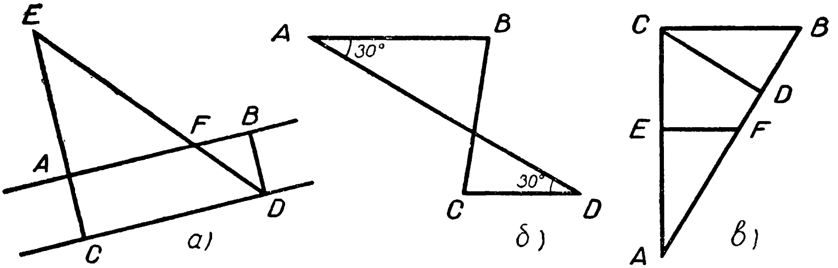
787. Стороны треугольника, заключающие угол, равный 120°, равны 6 *см* и 12 *см*. Найти биссектрису этого угла.

Указание. Через вершину одного из острых углов треугольника провести прямую, параллельную биссектрисе тупого угла, до пересечения её с продолжением противолежащей стороны.

788*. Даны две пересекающиеся прямые a и b. Построить несколько точек, для которых расстояние до прямой a в два раза меньше расстояния до прямой b.

Где находятся все точки, удовлетворяющие этому условию?

789*. В треугольнике ABC $AB=6$ *см*, $BC=7$ *см*, $AC=8$ *см*. Построить точку, для которой расстояния её от сторон AB, BC и AC относятся, как $1:2:3$.

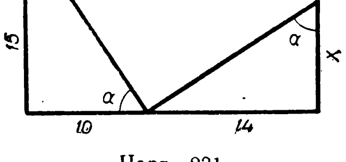


Черт. 230.

Признаки подобия треугольников.

790. На фигурах, данных на чертеже 230, найти все подобные треугольники. (На черт. *а* и *в* подобие треугольников установить на глаз.)

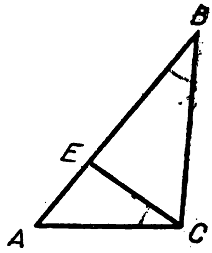
791. Найти неизвестный размер изображённой на чертеже 231 фигуры.



Черт. 231.

792. Из вершины угла C треугольника ABC проведён отрезок CE так, что $\angle ABC = \angle ACE$ (черт. 232). Определить отрезок AE, если $AB = 34$ *см*, $AC = 20$ *см*.

793. Можно ли треугольник пересечь прямой, не параллельной основанию, так, чтобы отсечь от этого треугольника ему подобный треугольник? Когда задача не имеет решения?



Черт. 232.

794. Одна из диагоналей трапеции, равная 16 *см*, делит другую диагональ на части, равные 7 *см* и 5 *см*. Определить, на какие части делится точкой пересечения первая диагональ, и найти большее основание трапеции, если меньшее её основание равно 4 *см*.

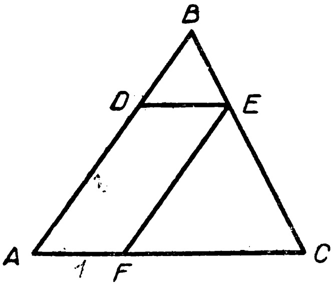
795. Доказать, что равнобедренные треугольники подобны, если:

а) равны их углы при вершине; б) равны их углы при основании.

796. В двух равнобедренных треугольниках углы при вершинах равны. Периметр первого треугольника равен 544 *м*. Определить его стороны, если две стороны второго треугольника относятся, как: а) 1 : 2; б) 10 : 12.

797. Доказать, что в подобных треугольниках биссектрисы сходственных углов пропорциональны сходственным сторонам.

798. Вершины вписанного в окружность треугольника делят окружность на дуги, относящиеся, как 5 : 7 : 12. Определить, подобен ли этот треугольник треугольнику, у которого два угла равны соответственно 40° и 24°.



Черт. 233.

799. Трапеция с основаниями 2 *см* и 5 *см* делится диагоналями на треугольники. Найти одну из высот каждого треугольника со стороной 2 *см* или 5 *см*, если расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до большего её основания равно 4 *см*.

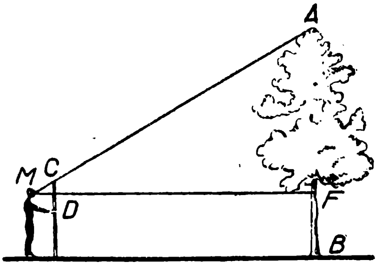
800. 1) В треугольник ABC вписан параллелограмм $ADEF$, острый угол которого совпадает с углом треугольника A. Определить сторону AC, если известно, что стороны параллелограмма равны 6 *см* и 5 *см*, а сторона AB равна 17 *см*.

2) В треугольник вписан параллелограмм, острый угол которого совпадает с углом треугольника (черт. 233). Стороны параллелограмма относятся, как 3 : 1, а стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 24 *см* и 36 *см*. Определить стороны параллелограмма.

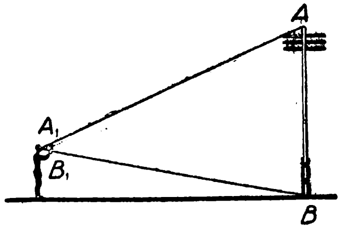
801. Доказать, что в подобных треугольниках сходственные высоты пропорциональны сходственным сторонам.

802. Найти высоту дерева, если длина его тени равна 8,2 *м*, а тень от вертикального столба высотой 3 *м* равна 4,2 *м*.

803. Высота дерева может быть определена по способу, указанному на чертеже 234. Обосновать этот способ. Какие



Черт. 234.



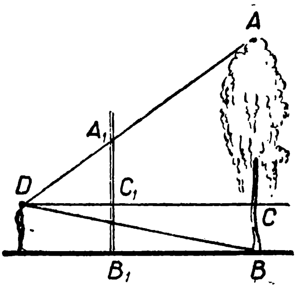
Черт. 235.

измерения (при помощи каких инструментов) нужно провести для определения высоты дерева?

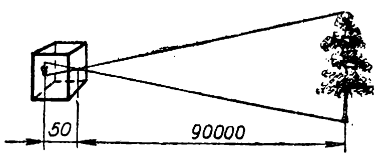
804. Определить расстояние до телеграфного столба, если на расстоянии вытянутой руки он закрывается: а) половиной спички; б) пятнадцатикопеечной монетой (см. черт. 235). Высота телеграфного столба равна 8 *м*.

805. На чертеже 236 дан один из приёмов определения высоты дерева с использованием шеста достаточно большой длины. Объяснить этот приём. Какие измерения (при помощи каких инструментов) нужно произвести для того, чтобы определить высоту дерева?

806*. На плёнке изображение дерева, находящегося на расстоянии 90 *м* от объектива фотоаппарата, имеет высоту 10 *мм* (черт. 237). Чему равна высота дерева, если расстояние от объектива до изображения равно 50 *мм*?



Черт. 236.



Черт. 237.

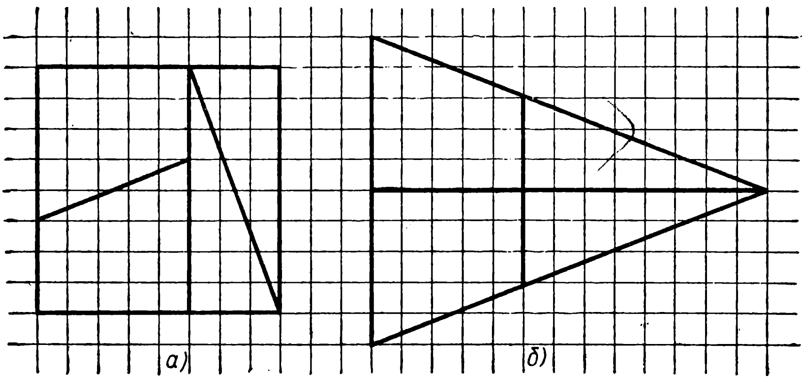
807. Для определения расстояния AB, которое нельзя измерить непосредственно, поступили следующим образом: отметив произвольную точку M, измерили расстояния AM и BM и $\angle AMB$, а затем на бумаге построили треугольник $A_1M_1B_1$, в котором $A_1M_1=0{,}01\,AM$, $B_1M_1=0{,}01\,BM$ и $\angle A_1M_1B_1=\angle AMB$.

Как найти расстояние AB? Обосновать этот приём.

808. Диаметр Солнца приближённо равен 1,4 млн. *км*, диаметр Луны приближённо равен 3,5 тыс. *км*. Можно считать, что видимый диаметр Солнца равен видимому диаметру Луны, т. е. Солнце и Луна видны под одним и тем же углом зрения. Определить отношение расстояний до Солнца и Луны. Чему равно среднее расстояние от Земли до Солнца, если среднее расстояние от Земли до Луны равно 380 тыс. *км*?

809. Найдите ошибку в приведённом ниже «доказательстве» того, что 64=65.

Квадрат со стороной 8 единиц, начерченный на клетчатой бумаге, разрезан на четыре части, как показано на чертеже 238,*а*,



Черт. 238.

и из этих частей сложена фигура, данная на чертеже 238,*б*, площадь которой равна 65 кв. единиц. Так как площадь квадрата равна 64 кв. единиц, то 64 =65.

У к а з а н и е. Для отыскания ошибки можно сначала провести точное построение этих фигур.

810. Доказать, что равнобедренные треугольники подобны, если равны отношения их сходственных высот и оснований.

811. Определить, подобны ли треугольники, если стороны их равны: а) 4 *см*, 6 *см*, 9 *см* и 12 *см*, 18 *см*, 8 *см*; б) 1,5 *дм*, 42 *см*, 20 *см* и 21 *см*, 10 *см*, 9 *см*; в) 55 *см*, 1,5 *м*, 140 *см* и 15 *см*, 14 *см*, 10,5 *см*.

812. Доказать, что равнобедренные треугольники подобны, если равны отношения их боковых сторон и оснований.

813. Построить треугольник, подобный данному (черт. 225), так, чтобы: а) стороны данного треугольника были в 2 раза меньше сторон построенного; б) меньшая сторона нового треугольника равнялась бы отрезку a (черт. 224); в) периметр треугольника равнялся бы $2c$ (черт. 224).

814. 1) Построить треугольник по отношению двух его сторон, равному 2 : 3, и углу, заключённому между ними, если одна из этих сторон равна 6 *см*.

2) Построить треугольник по отношению двух его сторон, равному 2 : 3, углу между ними и третьей стороне.

815. 1) Построить треугольник по отношению его сторон, равному 4 : 5 : 7, если меньшая из его сторон равна 15 *мм*.

2) Построить треугольник по отношению его сторон, равному 4 : 6 : 7, если одна из сторон треугольника равна a. Сколько решений имеет задача?

816. Построить треугольник $A_1B_1C_1$, подобный треугольнику ABC (черт. 225), так, чтобы: а) $\frac{AB}{A_1B_1} = 1{,}3$; б) $\frac{BC}{B_1C_1} = 0{,}9$.

817. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и отношению катетов, равному 2 : 3.

818. Построить ромб по стороне и отношению диагоналей, равному 3 : 5.

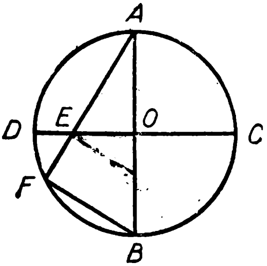
819. Построить параллелограмм по данному его острому углу, меньшей диагонали и отношению сторон, равному 1 : 3.

Разные задачи.

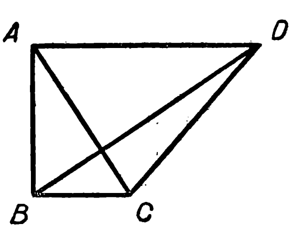
820. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M, концы хорд последовательно соединены. Найти пары подобных треугольников.

821. На чертеже 239 диаметры AB и CD взаимно перпендикулярны. Доказать, что $\triangle ABF \backsim \triangle OAE$.

822*. В равнобедренном треугольнике проведены биссектрисы трёх его внешних углов. Сколько при этом образовалось подобных треугольников?



Черт. 239.



Черт. 240.

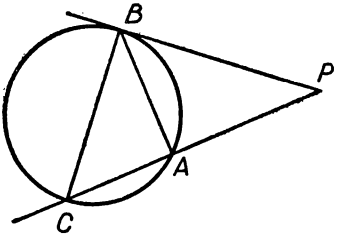
823*. Диагонали AC и BD прямоугольной трапеции $ABCD$ взаимно перпендикулярны (черт. 240), основание AD равно 6 *см*, высота трапеции равна 4 *см*. Найти основание BC и диагональ AC трапеции. Определить, на какие части диагональ AC делит диагональ BD (проверить решение графически).

824. Доказать, что треугольник, образованный средними линиями треугольника, ему подобен.

825. В треугольнике ABC проведены высоты AE и BD. Доказать, что точки C, D и E являются вершинами треугольника, подобного треугольнику ABC.

Рассмотреть случаи, когда треугольник ABC: а) остроугольный; б) тупоугольный (угол A — острый).

826. Из точки P проведены секущая PC и касательная PB к окружности (черт. 241). Доказать, что хорда AB отсекает от треугольника BCP подобный ему треугольник ABP.



Черт. 241.

827. Стороны параллелограмма равны 3 *дм* и 6 *дм*, расстояние между его большими сторонами равно 15 *см*. Определить расстояние между его меньшими сторонами. Какими способами может быть решена задача? Какой из них наиболее простой?

828. Периметр параллелограмма равен 70 *см*. Определить его стороны и площадь, если высоты параллелограмма равны 2 *см* и 5 *см*.

829. Основания трапеции равны 24 *см* и 48 *см*. Определить длину отрезка, заключённого внутри трапеции, параллельного основаниям и проходящего через точку пересечения её диагоналей.

830*. Боковая сторона AD трапеции $ABCD$ разделена точкой E так, что $AE : ED = m : n$, и через точку E проведена прямая, параллельная основаниям. Доказать, что отрезок этой прямой, заключённый внутри трапеции, равен

$$\frac{mCD + nAB}{m + n}.$$

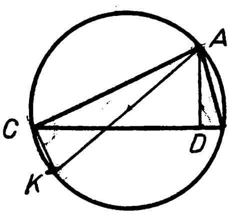
831. Биссектриса угла C треугольника ABC пересекает сторону AB в точке D, через точку D проведена прямая, параллельная стороне AC, пересекающая сторону BC в точке E. Определить отрезок DE, если $BC = a$, $AC = b$.

832. 1) Две окружности касаются внешним образом. Секущая, проведённая через точку касания, образует хорды, длины которых относятся, как 8 : 3. Определить радиусы окружностей, если расстояние между центрами равно 22 *см*.

2) Решить предыдущую задачу, если окружности имеют внутреннее касание.

833. Периметр равнобедренного треугольника равен 36 *см*, через середину его высоты проведена прямая, параллельная одной из его боковых сторон. Найти периметр образовавшегося треугольника.

834. В равнобедренный треугольник, основание которого равно 6 *см*, а боковая сторона равна 9 *см*, вписана окружность. Определить: а) в каком отношении делит боковую сторону треугольника точка касания её с окружностью; б) расстояние между точками касания окружности боковых сторон треугольника.

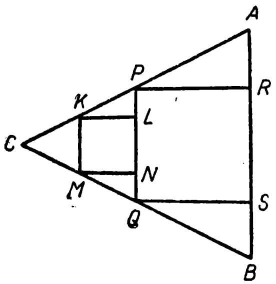


Черт. 242.

835. В окружность вписан остроугольный треугольник ABC (черт. 242). $AD \perp BC$, AK — диаметр окружности, точки C и K соединены отрезком прямой. Доказать, что $\triangle ADB \backsim \triangle ACK$.

836. В окружность радиуса 5 *см* вписан прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 8 *см*. Найти проекцию этого катета на гипотенузу.

837. В трапецию, основания которой равны 5 *см* и 10 *см*, вписаны две окружности, каждая из которых касается одного из оснований трапеции и обеих диагоналей. Радиус большей окружности равен 3 *см*. Найти радиус меньшей окружности.



Черт. 243.

838. Два равновеликих треугольника, равные основания которых расположены на одной прямой, пересечены прямой, параллельной их основаниям. Доказать, что отрезки этой прямой, заключённые внутри треугольников, равны.

839. В треугольник ABC помещены, как указано на чертеже 243, два квадрата, стороны которых равны 5 *см* и 10 *см*. Найти сторону AB треугольника ABC и высоту, проведённую к этой стороне.

840. В остроугольный треугольник вписать квадрат так, чтобы все его вершины лежали на сторонах треугольника.

Сколько решений имеет задача?

§ 28. Подобие многоугольников.

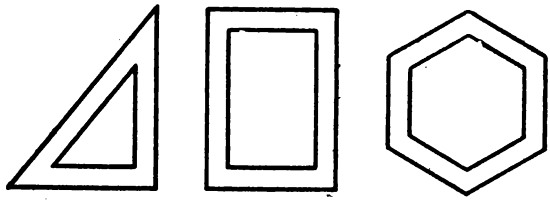
841. Какие условия должны выполняться, чтобы были подобны: а) два прямоугольника; б) два ромба; в) два параллелограмма; г) две равнобедренные трапеции; д) две прямоугольные трапеции?

842. Будут ли подобны два четырёхугольника $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, если будет выполнено только одно из следующих условий: а) $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CD}{C_1D_1}=\frac{DA}{D_1A_1}$; б) $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$?

Начертить два четырёхугольника, у которых выполнялось бы только одно из приведённых выше условий.

843. На чертеже 244 изображены чертёжный треугольник, рамка прямоугольной формы и шестиугольники; у каждого шестиугольника равны между собой все стороны и углы. Будут ли фигуры, образованные внутренними и внешними контурами, подобны? Почему?

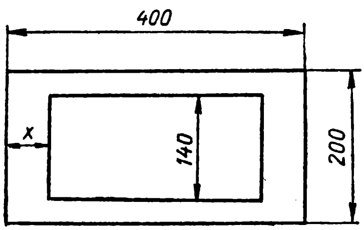
844. 1) Стороны прямоугольника равны a и b ($a > b$). Середины больших его сторон соединены. Каково должно быть соотношение между a и b, чтобы полученные прямоугольники были подобны данному прямоугольнику?



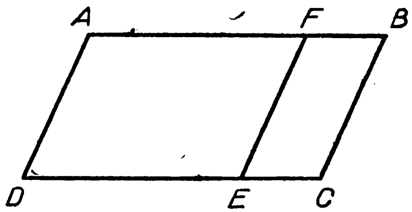
Черт. 244.

2) Являются ли стандартные форматки, используемые в черчении, подобными многоугольниками?

845. На чертеже 245 изображена рамка. Каков должен быть размер x, чтобы внутренний четырёхугольник был подобен внешнему (ширина противоположных планок рамки одинакова)?



Черт. 245.



Черт. 246.

846. На чертеже 246 изображён параллелограмм $ABCD$ со сторонами $AB = a$ и $BC = b$, от которого отсечён другой параллелограмм $FBCE$, подобный данному. Какова должна быть величина отрезка BF?

847. 1) Стороны четырёхугольника равны 14 *см*, 21 *см*, 10 *см* и 42 *см*. Определить стороны подобного ему четырёхугольника, если известно, что его меньшая сторона равна 2 *см*.

2) Стороны четырёхугольника относятся, как $1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 2$, периметр ему подобного четырёхугольника равен 75 *см*. Найти его стороны.

848. Стороны одного четырёхугольника равны 10 *дм*, 15 *дм*, 20 *дм* и 25 *дм*, в подобном ему четырёхугольнике сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 28 *дм*. Найти стороны второго четырёхугольника.

849. Наибольшие стороны двух подобных многоугольников равны 35 *м* и 14 *м*, а разность их периметров равна 60 *м*. Найти периметры каждого многоугольника.

Отношение площадей подобных фигур.

850. 1) Стороны квадратов относятся, как 2 : 3. Как относятся их площади?

2) Стороны равносторонних треугольников равны 6 *см* и 7 *см*. Чему равно отношение их площадей?

851. На диагонали данного квадрата, как на стороне, построен другой квадрат. Как относятся площади этих квадратов?

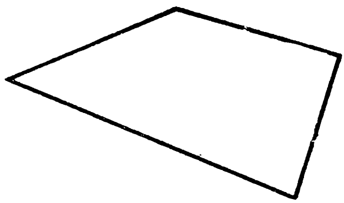
852. Площади двух квадратов относятся, как 3:5. Чему равна сторона меньшего квадрата, если сторона большего квадрата равна 6 *см*?

853. 1) Какую часть площади данного треугольника составляет площадь треугольника, отсечённого от него средней линией?

2) В треугольнике проведены все средние линии. Какую часть площади данного треугольника составляет площадь треугольника, образованного средними линиями?

854. Площадь данного многоугольника равна 45 $см^2$. Чему равна площадь многоугольника, ему подобного, если сходственные стороны многоугольника равны 10 *см* и 15 *см*?

855. Прямая, параллельная стороне треугольника, делит его на две равновеликие части. В каком отношении делит эта прямая другие стороны треугольника? Чему равен периметр меньшего треугольника, если периметр данного треугольника равен 52 *см*?



Черт. 247

856. План некоторого участка начерчен в масштабе 10 метров в 1 сантиметре. Во сколько раз площадь участка больше площади плана?

857. На чертеже 247 дан план участка. Определить, проведя необходимые построения и измерения, его площадь. План вычерчен в масштабе 1 : 1000.

858. Построить четырёхугольник, подобный данному, площадь которого была бы больше площади данного многоугольника: а) в 4 раза; б) в 2 раза.

859. Пользуясь поперечным масштабом, измерить отрезки a, b и c, данные на чертеже 224.

860*. Боковая сторона треугольника разделена в отношении $2:3:4$ (считая от вершины), и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. В каком отношении разделилась площадь треугольника?

861*. Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его боковую сторону в отношении $5:3$ (считая от вершины), а площадь — на части, разность которых равна 56 *см*^{2}. Определить площадь треугольника.

862*. Треугольник разделён двумя прямыми, параллельными основанию, на три равновеликие части. В каком отношении, считая от вершины, разделились его боковые стороны?

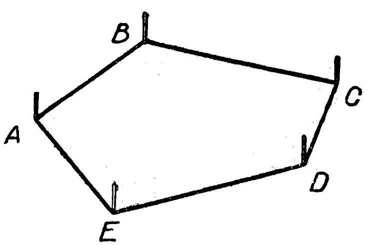
863. Сумма площадей трёх подобных многоугольников равна 232 *см*^{2}, периметры их относятся, как $2:3:4$. Определить площадь каждого многоугольника.

864. В прямоугольном треугольнике катеты относятся, как $3:4$, высота делит площадь треугольника на части, разность которых равна 84 *дм*^{2}. Определить площадь данного треугольника.

§ 29. Сумма внутренних и внешних углов выпуклого многоугольника.

865. Определить углы пятиугольника, если они относятся, как $7:4:3:5:8$.

866. При съёмке плана земельного участка, имеющего форму пятиугольника, были получены следующие величины углов (черт. 248): $\angle A = 138°$; $\angle B = 126°$; $\angle C = 132°$; $\angle D = 167°$; $\angle E = 109°$. Докажите, что при замере углов была допущена ошибка.



Черт. 248.

867. 1) В данном десятиугольнике все внутренние углы равны между собой. Найти: а) величину его внешнего угла; б) величину его внутреннего угла.

2) Определить внутренние углы двадцатиугольника и шестидесятиугольника, если в каждом из них внутренние углы равны между собой.

868. Определить число сторон многоугольника, если сумма его внутренних углов равна: а) 1080°; б) 900°; в) 1260°.

869. Сумма внешних углов многоугольника в три раза меньше суммы внутренних углов. Найти число сторон этого многоугольника.

870. Сумма внешних углов многоугольника: а) на 180°; б) на 720° меньше суммы его внутренних углов. Найти число сторон каждого из многоугольников.

871. Как изменится сумма внутренних углов многоугольника, если число его сторон увеличить: а) на 1; б) на 2; в) на n?

ГЛАВА X.
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ОСТРОГО УГЛА.

Определение тригонометрических функций.

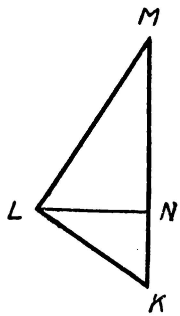
872. В треугольнике MNP $\angle M=90°$. Записать выражения для всех тригонометрических функций угла P.

873. На чертеже 249 $\angle KLM=\angle KNL=90°$. Записать выражения для тригонометрических функций угла K через стороны треугольников KLM и LNK.

874. Начертить при помощи транспортира углы, равные: а) 24°; б) 40°; в) 75°, и найти синус, косинус, тангенс и котангенс этих углов (ответ дать с двумя значащими цифрами).

875. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 *см* и 5 *см*. Найти все тригонометрические функции его меньшего угла.

876. Высота равнобедренного треугольника равна 8 *см*, основание равно 12 *см*. Найти синус и косинус угла при основании треугольника.



Черт. 249.

877. Построить угол, если:

1) тангенс его равен: а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{3}$, в) 0,6;

2) синус его равен: а) 0,5; б) $\frac{3}{4}$; в) 0,26;

3) косинус его равен: а) 0,4; б) $\frac{2}{3}$; в) 0,71.

878 Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C=90°$), если:

а) $AB=6{,}2$ *см*, $\sin A=0{,}8$;
б) $AC=16$ *мм*, $\cos A=0{,}2$;
в) $BC=45$ *мм*, $\operatorname{tg} B=1{,}5$;
г) $AC=68$ *мм*, $\operatorname{ctg} A=0{,}8$.

879. По таблицам тригонометрических функций найти числовые значения функций при данных значениях аргумента:

1) sin 15°;	2) cos 28°;	3) tg 42°;	4) ctg 4°;
sin 63°;	cos 78°;	tg 8°18′;	ctg 87°;
sin 24°30′;	cos 41°6′;	tg 17°30′;	ctg 26°48′;
sin 60°14′.	cos 84°44′.	tg 79°8′.	ctg 44°50′.

880. Найти угол по данному значению его тригонометрической функции:

1) $\sin x = 0{,}0872$;	2) $\cos x = 0{,}9994$;
$\sin x = 0{,}7431$;	$\cos x = 0{,}2250$;
$\sin x = 0{,}2756$;	$\cos x = 0{,}8387$;
$\sin x = 0{,}8980$.	$\cos x = 0{,}5543$.
3) $\operatorname{tg} x = 9{,}514$;	4) $\operatorname{ctg} x = 1{,}376$;
$\operatorname{tg} x = 0{,}0875$;	$\operatorname{ctg} x = 5{,}185$;
$\operatorname{tg} x = 0{,}6721$;	$\operatorname{ctg} x = 0{,}1799$;
$\operatorname{tg} x = 1{,}233$.	$\operatorname{ctg} x = 0{,}6440$.

881. Найти угол, дополнительный углу x, если:

1) $\sin x = 0{,}3420$; 2) $\cos x = 0{,}9563$; 3) $\operatorname{tg} x = 0{,}1228$; 4) $\operatorname{ctg} x = 0{,}1405$;
$\sin x = 0{,}6940$. $\cos x = 0{,}6692$. $\operatorname{tg} x = 1{,}0358$. $\operatorname{ctg} x = 1{,}4284$.

§ 30. Решение прямоугольных треугольников.

882. По двум данным элементам прямоугольного треугольника определить остальные его элементы — стороны, углы и площадь:

1) даны гипотенуза и острый угол:

а) $c = 9{,}35$, $A = 65°10'$;
б) $c = 62{,}7$, $B = 23°30'$;

2) даны катет и острый угол:

а) $a = 8{,}25$, $A = 4°30'$;
б) $b = 129$, $A = 68°$;

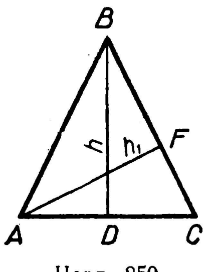
3) даны два катета:

а) $a = 261$, $b = 380$;
б) $a = 24{,}7$, $b = 61{,}7$;

4) даны гипотенуза и катет:

а) $c = 67$, $a = 45$;
б) $b = 12{,}6$, $c = 64{,}6$.

883. По двум заданным элементам равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$, черт. 250) найти все его углы и площадь. Решение задач а), в) и д) проверить построением.



Черт. 250.

а) $a = 654$, $A = 66°30'$;
б) $a = 432$, $B = 36°24'$;
в) $b = 427$, $B = 133°2'$;
г) $b = 15{,}5$, $A = 59°8'$;
д) $a = 8{,}75$, $b = 13{,}9$;

е) $b=925$, $h=721$ (h — высота, проведённая к стороне AC);
ж) $b=17{,}8$, $h=13{,}8$ (h — высота, проведённая к стороне AC);
з) $A=65°$, $h_1=20$ (h_1 — высота, проведённая к стороне BC);
и) $b=164$, $S=189$ кв. ед. (S — площадь треугольника);
к) $a=14$ *см*, $S=56$ *см*^{2} (S — площадь треугольника);
л) $B=73°$, $S=45{,}6$ *м*^{2} (S — площадь треугольника);
м) $S=467$ *см*^{2}, $a:b=7:4$ (S — площадь треугольника).

884. В прямоугольном треугольнике катет составляет 0,2 гипотенузы. Найти острые углы треугольника.

885. Считается, что лестница, прислонённая к вертикальной стене, занимает устойчивое положение, если расстояние от основания стены до основания лестницы будет составлять примерно одну четверть расстояния от основания стены до другого конца лестницы. Какой угол в этом случае образует лестница с горизонтальной плоскостью и плоскостью стены?

886. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C=90°$, $\angle A=27°$, катет $a=21$ *см*. Найти:

а) катет b; б) гипотенузу c; в) проекцию каждого катета на гипотенузу; г) площадь треугольника ABC.

887. Из точки, находящейся на расстоянии 15 *см* от прямой, проведены к этой прямой две наклонные, образующие с ней углы, равные 24° и 61°. Определить длину наклонных и их проекций на прямую.

888. Между двумя параллельными прямыми расположен отрезок длиной 18 *см* так, что его концы находятся на этих прямых. Определить расстояние между параллельными прямыми, если угол, образованный отрезком с одной из параллельных прямых, равен 27°.

889. Уклон пути не замечается, если высота подъёма менее $\frac{1}{25}$ пройденного пути. Чему равен в этом случае угол наклона?

890. Угол наклона дороги равен 15°30′. На сколько поднимется пешеход, пройдя 200 метров?

891. Найти острый угол, составленный диагоналями прямоугольника, стороны которого равны 12 *см* и 8 *см*. Проверить решение построением.

892. В окружность радиуса 5 *см* вписан равнобедренный треугольник, угол при вершине которого равен 70°24′. Определить высоту сегмента, отсекаемого основанием треугольника.

893. В окружности проведена хорда, стягивающая дугу в 120°. Хорда разделена на 4 равные части, и точки деления соединены с центром. Найти углы шести образовавшихся неравных треугольников.

894. В трапеции углы при большем основании равны 16° и 54°, высота трапеции равна 24 *см*, меньшее основание равно 18 *см*. Найти большее основание трапеции.

895. Доказать, что площадь параллелограмма равна произведению двух смежных сторон и синуса его острого угла.

896. Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения двух сторон, умноженного на синус угла, заключённого между ними [1].

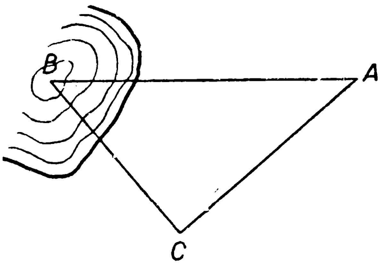
897. В параллелограмме острый угол равен α, центр его симметрии находится на расстоянии a и b от его сторон. Найти площадь параллелограмма.

898. Диагонали прямоугольника пересекаются под углом 46°, площадь его равна 545 $см^2$. Найти стороны прямоугольника.

899. Найти площадь ромба, если один из его углов равен 42°30′, а расстояние между его противоположными сторонами равно 10 *см*.

900. Основания трапеции равны 15 *см* и 20 *см*, боковая сторона, равная 10 *см*, составляет с бо́льшим основанием угол в 48°. Найти площадь трапеции.

901. Длины касательных, проведённых из одной точки к окружности радиуса 45 *см*, равны 60 *см*. Определить угол, составленный касательными.



Черт. 251

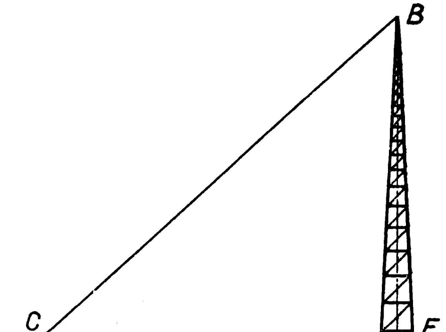
902. По данным на чертеже 251 размерам найти расстояние между пунктами A и B.

$AC = 60$ *м*;
$\angle BAC = 41°$;
$\angle ACB = 90°$.

903. На чертежах 252—254 изображены схематически приёмы измерения недоступных расстояний. На основании данных, приведённых на чертежах, найти расстояния AB.

Какие инструменты могут быть использованы для измерений?

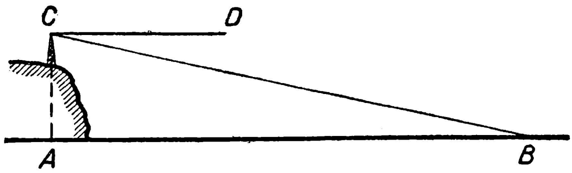
$AD = 24$ *м*;
$CD = 1{,}5$ *м*;
$\angle BCF = 42°$.



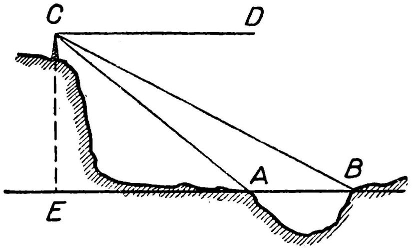
Черт. 252.

[1] Правильность вывода для тупоугольных треугольников обосновать геометрически.

$AC = 500$ *м*;
$\angle DCB = 12°$.



Черт. 253.



Черт. 254.

$CE = 200$ *м*;
$\angle DCB = 28°$;
$\angle DCA = 39°$.

904. Вертикальный луч прожектора пересекает облако. Как высока нижняя граница облачности, если наблюдатель, находящийся на расстоянии 600 *м* от прожектора, видит место пересечения луча прожектора и облака под углом 75°?

ГЛАВА XI.

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ.

Вписанные и описанные треугольники.

905. 1) Около треугольника, стороны которого равны 5 *см*, 6 *см* и 7 *см*, описать окружность и измерить её радиус.

2) Около треугольника, стороны которого, заключающие угол в 140°, равны 4 *см* и 3 *см*, описать окружность и найти её длину (измерив предварительно её радиус или диаметр).

906. Около треугольника описана окружность. В каком случае центр её будет находиться: а) внутри треугольника; б) на стороне треугольника; в) вне треугольника?

907. Катеты прямоугольного треугольника равны 16 *см* и 12 *см*. Найти радиус окружности, описанной около этого треугольника.

908. Найти радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, сторона которого равна 6 *см*.

909. В окружность радиуса 10 *см* вписан равнобедренный треугольник с углом при вершине, равным 120°. Найти стороны этого треугольника.

910. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C=90°$, $\angle B=25°$. Под каким углом видна каждая его сторона из центра окружности, описанной около треугольника?

911. В данную окружность вписать:

а) равносторонний треугольник;

б) равнобедренный треугольник с углом при вершине в 130°;

в) равнобедренный треугольник с углом при основании в 26°.

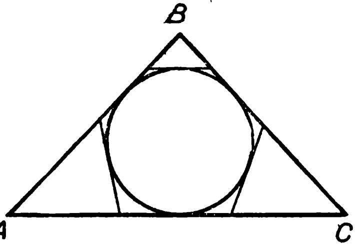
912. В треугольник, стороны которого равны 5 *см*, 6 *см* и 10 *см*, вписать круг и вычислить его площадь (предварительно измерив диаметр круга).

913. Высота равностороннего треугольника равна h. Найти радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

914. Найти радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, сторона которого равна a.

915. Найти радиус окружности, вписанной в прямоугольный равнобедренный треугольник, гипотенуза которого равна c.

916. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c, один из катетов равен b. Найти радиус вписанной в него окружности.



Черт. 255.

917. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные (черт. 255), периметры отсечённых треугольников равны P_1, P_2 и P_3. Найти периметр данного треугольника.

918. В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении 7 : 5, считая от вершины. Найти периметр треугольника, если его основание равно 10 *см*.

919. Около данной окружности описать: а) равнобедренный прямоугольный треугольник; б) равнобедренный треугольник с углом при вершине, равным 58°.

920. Около окружности радиуса 3 *см* описать равнобедренный треугольник с углом при вершине в 57°. Найти его площадь.

Вписанные и описанные четырёхугольники.

921. Можно ли описать около четырёхугольника окружность, если его углы, взятые в последовательном порядке, равны 85°, 130°, 95°?

922. Углы A, B и C четырёхугольника $ABCD$ относятся, как 2:3:4. Найти угол D, если около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

923. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 75° и 55°. Найти остальные два угла.

924. Указать, около каких четырёхугольников может быть описана окружность: квадрата, прямоугольника, параллелограмма, ромба, равнобедренной трапеции, прямоугольной трапеции.

925. При каком условии можно описать окружность около четырёхугольника $ABCD$, если $AB=AD$, $BC=CD$ и $AB \neq BC$?

926. Можно ли описать окружность около четырёхугольника, углы которого, взятые в последовательном порядке, относятся, как

а) 2 : 4 : 5 : 3; б) 5 : 7 : 8 : 9?

927. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна к диагонали BD и делит её пополам. Определить углы этого четырёхугольника, если $\angle BAD=72^\circ$.

928. Меньшая сторона прямоугольника равна 10 *см*, угол между диагоналями равен 120°. Найти радиус описанной окружности.

929. В прямоугольнике диагональ образует с одной из сторон угол в 12°30′. На какие части делится вершинами этого прямоугольника окружность, описанная около него?

930. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию. При каком условии центр окружности, описанной около этой трапеции, будет лежать:

а) внутри трапеции; б) на основании трапеции; в) вне трапеции?

931. 1) Три последовательные стороны четырёхугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 *см*, 8 *см* и 9 *см*. Найти периметр этого четырёхугольника.

2) В трапецию, периметр которой равен 0,42 *м*, вписана окружность. Три стороны трапеции, взятые в последовательном порядке, относятся, как 2 : 7 : 12. Найти все стороны трапеции.

932. Около круга описана трапеция, периметр которой равен 12 *см*. Определить среднюю линию этой трапеции.

933. Около круга описана равнобедренная трапеция с углом в 150°, её средняя линия равна 40 *см*. Определить площадь круга.

934. В прямоугольную трапецию вписана окружность радиуса 6 *см*. Какой угол образует боковая сторона трапеции с основанием, если средняя линия трапеции равна 16 *см*?

935. В равнобедренную трапецию с острым углом в 45° вписана окружность, радиус которой равен 10 *см*. Найти площадь трапеции.

936. Построить ромб по стороне и радиусу вписанной в него окружности.

937. Построить трапецию, описанную около круга диаметра 6 *см*, если её средняя линия равна 10 *см*.

§ 31. Правильные многоугольники.

938. Найти внешние и внутренние углы правильного n-угольника, если число его сторон равно: а) трём; б) пяти; в) шести; г) восьми; д) десяти.

939. 1) Написать в общем виде величину центрального угла правильного n-угольника. Определить центральные углы правильных многоугольников при $n=6$, 8, 9, 10, 12.

2) Какой правильный многоугольник имеет центральный угол, равный 30°; 12°?

940. Сколько осей симметрии имеет правильный пятиугольник; правильный шестиугольник?

941. 1) Середины сторон правильного многоугольника являются вершинами правильного многоугольника с тем же числом сторон. Доказать для случая правильного пятиугольника.

2) В правильном n-угольнике точки, делящие каждую его сторону в одном и том же отношении (при обходе контура в одном направлении), являются вершинами правильного многоугольника с тем же числом сторон. Доказать для случая правильного шестиугольника.

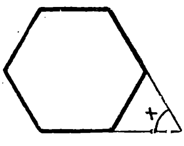
942. Если все стороны многоугольника, вписанного в некоторую окружность, касаются другой окружности, концентрической с первой, то этот многоугольник — правильный. Доказать.

943. В окружность радиуса 4 *см* вписать правильный семиугольник. Измерить сторону семиугольника и сравнить её длину с вычисленной по формуле (деление окружности выполнить приближённо).

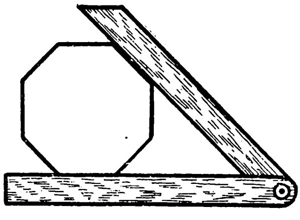
944. Около окружности диаметра 6 *см* описать правильный пятиугольник. Измерить его сторону и меньшую диагональ.

945. 1) В окружность вписан многоугольник, все стороны которого равны. Равны ли углы многоугольника?

2) В окружность вписан многоугольник, у которого все углы равны. Равны ли его стороны?



Черт. 256.



Черт. 257.

946. 1) Найти угол между двумя несмежными сторонами правильного шестиугольника (черт. 256).

2) Для проверки правильности опиловки граней прутка, имеющего в сечении форму правильного восьмиугольника, проверили

углы между его гранями, как это указано на чертеже 257. Чему должны быть равны эти углы?

Выражение стороны правильного многоугольника через радиус описанной около него окружности.

947. Выразить апофемы правильного треугольника, квадрата и правильного шестиугольника через: а) радиус описанной окружности; б) его сторону.

948. Составить формулы для выражения сторон правильного шестиугольника и треугольника через радиусы вписанных в них окружностей.

949. Доказать, что сторона правильного треугольника, вписанного в окружность, делит пополам перпендикулярный ей радиус.

950. Правильный шестиугольник диагоналями, проведёнными из одной вершины, делится на четыре треугольника. Найти отношение их площадей.

951. Срезать от данного правильного треугольника углы так, чтобы образовался правильный шестиугольник.

952. Найти диаметры окружностей, описанной около правильного треугольника и вписанной в него, если разность этих диаметров равна 8 *см*.

953. Найти отношение диаметров окружностей, вписанной в квадрат и описанной около него.

954. Найти радиусы окружностей, описанной около правильного шестиугольника и вписанной в него, если разность этих радиусов равна 6 *см*.

955*. Около некоторой окружности описан и в неё вписан правильные n-угольники. Определить радиус окружности, если разность сторон n-угольников равна m.

956. Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и служит для одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а для другой — стороной правильного вписанного шестиугольника. Определить расстояние между центрами окружностей (рассмотреть два возможных положения окружностей).

957. По данной стороне построить: а) правильный шестиугольник; б) правильный восьмиугольник.

Какие инструменты использовались для построения?

958. По данной апофеме построить: а) правильный треугольник; б) квадрат; в) правильный шестиугольник; г) правильный восьмиугольник.

Какие инструменты использовались для построения?

959. Построить квадрат по данной его диагонали.

960. Построить правильный шестиугольник, если: а) его бо́льшая диагональ равна 10 *см*; б) его меньшая диагональ равна 8 *см*.

Площадь правильного многоугольника.

961. Каков должен быть наименьший диаметр круглого бревна, чтобы из него можно было изготовить брус квадратного сечения площадью 156 *см*²?

962. Каков должен быть наименьший диаметр круглого бревна, чтобы из него можно было изготовить брус, поперечное сечение которого представляет правильный треугольник площадью в 571 *см*²?

963. Определить отношение площадей равностороннего треугольника, квадрата и шестиугольника, периметры которых равны.

964. Доказать, что периметр правильного шестиугольника меньше периметра равновеликого ему квадрата.

965. Вывести формулу для нахождения площади правильного многоугольника по его стороне.

966. Вывести формулу площади правильного n-угольника по радиусу: а) описанной около него окружности; б) вписанной в него окружности.

967*. Площадь правильного шестиугольника, вписанного в некоторую окружность, равна $\frac{3}{4}$ площади правильного шестиугольника, описанного около той же окружности. Доказать.

968. Построить квадрат, равновеликий правильному шестиугольнику со стороной 5 *см*.

969. Площадь правильного шестиугольника равна 24 *см*². Найти площадь круга, описанного около этого шестиугольника.

970. В правильный шестиугольник вписана окружность, в которую вписан правильный треугольник. Определить площадь этого треугольника, если сторона шестиугольника равна a.

ГЛАВА XII.

ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЁМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.

Правильная призма.

971. 1) На модели правильной треугольной призмы укажите рёбра, лежащие на скрещивающихся прямых.

2) Такое же задание выполнить на модели правильной шестиугольной призмы.

972. Определить двугранные углы, составленные смежными боковыми гранями:

а) правильной четырёхугольной призмы;

б) правильной треугольной призмы;

в) правильной шестиугольной призмы.

973. На чертеже 258 изображена правильная шестиугольная призма. Укажите:

а) все рёбра, параллельные ребру A_1F_1;

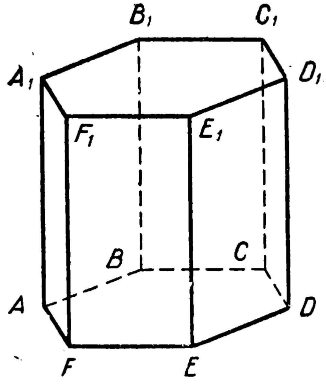
б) все рёбра, которые лежат на скрещивающихся прямых, если на одной из этих прямых лежит: ребро AB: ребро DD_1.

974. Вычислить боковую и полную поверхности правильных призм по размерам, данным на чертеже 259.

975. Вычислить объёмы правильных призм по их размерам (черт. 259).

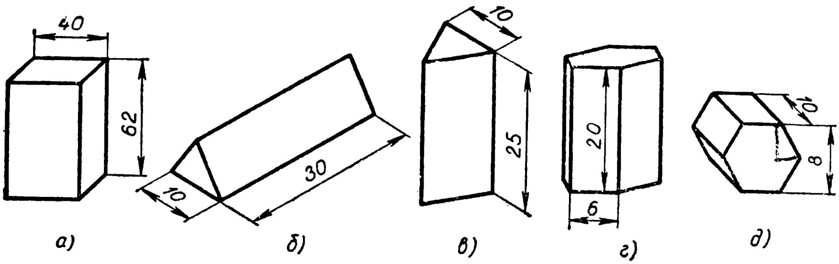
976. По размерам, указанным на развёртках правильных призм (черт. 260), вычислить объём этих призм.

977. Бак имеет форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 200 *мм*. Найти диаметр основания цилиндра, имеющего тот же объём и высоту.

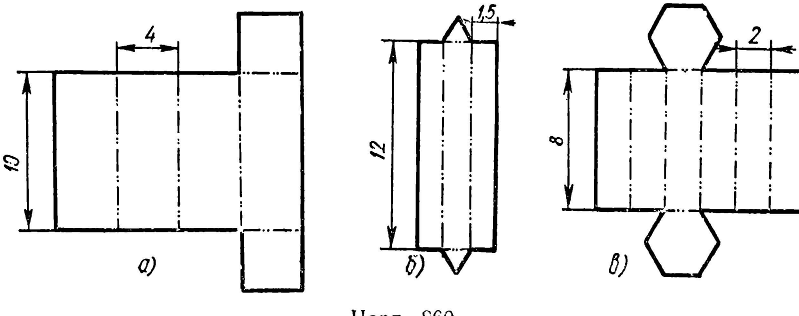


Черт. 258.

978. Определить вес каменной колонны, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, с размерами 0,30 *м* × 0,30 *м* × 2,50 *м*. Удельный вес материала принять равным 2,2 $Г/см^3$.

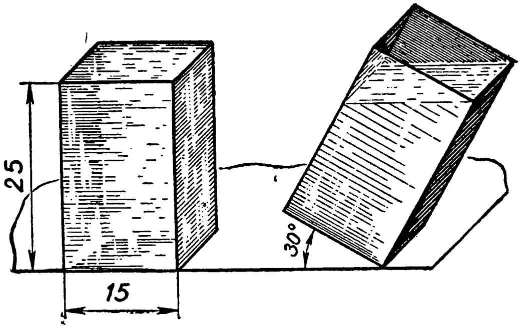


Черт. 259.



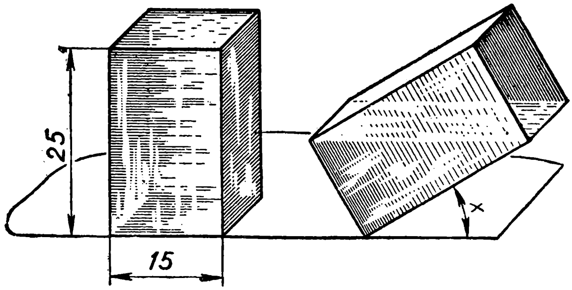
Черт. 260.

979. Какая часть воды выльется из бака, если его наклонить так, как указано на чертеже 261? Размеры даны в дециметрах.



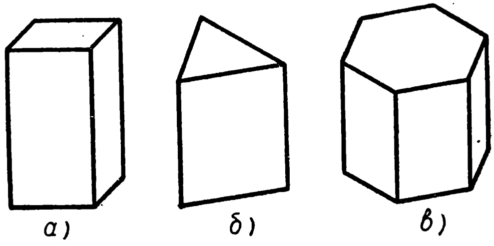
Черт. 261.

980. Бак наклонён так, что вода заполняет лишь половину его объёма (черт. 262). Какой угол образует в этом случае боковое ребро бака с плоскостью основания?



Черт. 262.

981. Из правильных призм (черт. 263) изготовили цилиндры наибольших размеров. Какой процент материала пошёл в отход в каждом случае?



Черт. 263.

982. Площадь основания правильной призмы равна 200 *см*^{2}. Может ли её объём равняться 1 *см*^{3}?

Правильная пирамида.

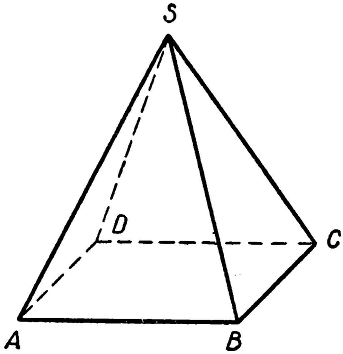
983. На модели правильной пирамиды укажите несколько рёбер, лежащих на: а) пересекающихся прямых; б) скрещивающихся прямых.

984. На чертеже 264 изображена правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$. Указать все рёбра, лежащие на прямых, не пересекающих: а) ребро SC; б) ребро AB.

985. По размерам правильных пирамид, данных на чертеже 265, определить углы, которые составляют с плоскостью основания: боковое ребро пирамиды; апофема пирамиды; боковая грань пирамиды.

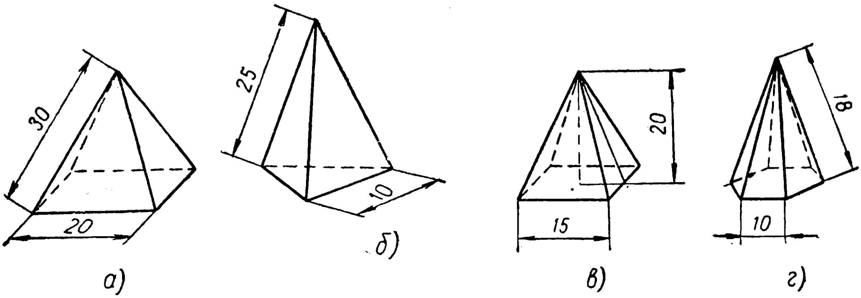
986. По размерам правильных пирамид (черт. 266 и 267) найти их боковую и полную поверхности.

987. Чему равен объём бункера, имеющего форму правильной усечённой пирамиды и размеры, данные на чертеже 268?

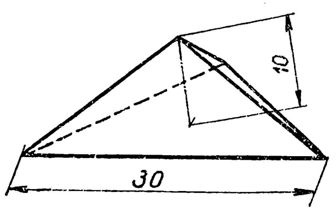


Черт. 264.

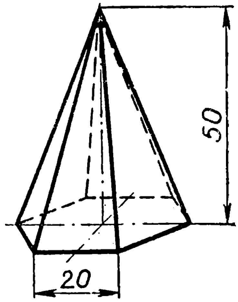
988. В треугольной пирамиде каждое ребро равно a. Доказать, что эта пирамида — правильная.



Черт. 265.



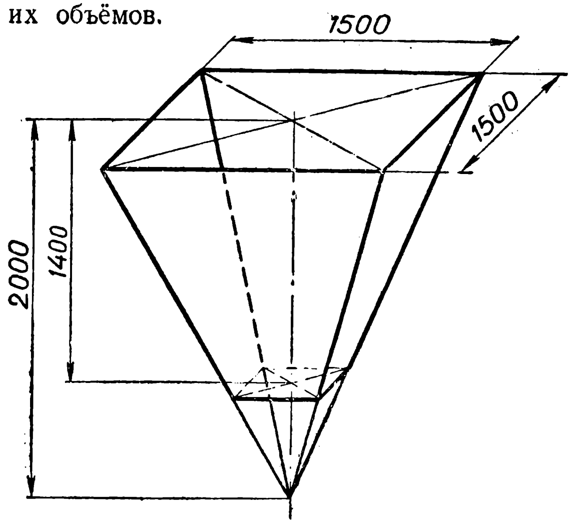
Черт. 266.



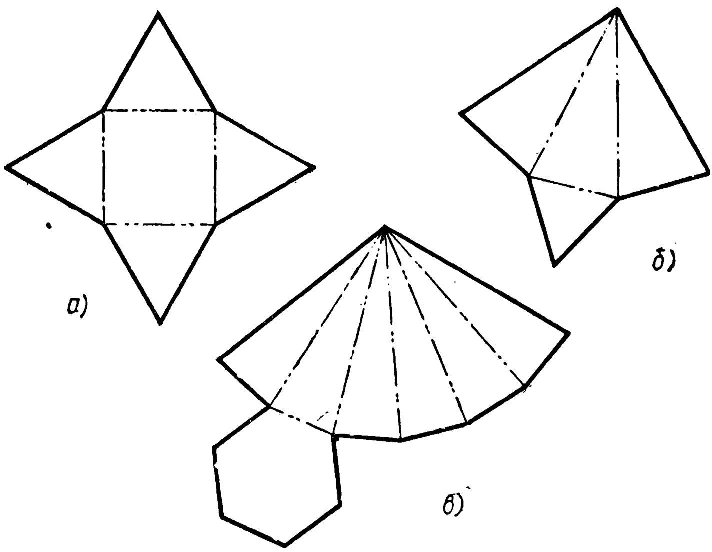
Черт. 267.

989. Найти полную поверхность и объём правильной треугольной пирамиды, каждое ребро которой равно a.

990. Начертить развёртки правильных треугольной и четырёхугольной пирамид, у которых каждое ребро равно a, и найти отношение их объёмов.



Черт. 268.



Черт. 269.

991. На чертеже 269 даны развёртки правильных пирамид. Проведя необходимые построения и измерения, найти полные поверхности и объёмы пирамид.

992. Построить развёртку правильной треугольной пирамиды, если сторона её основания равна 30 *мм*, а апофема равна 40 *мм*.

993. Построить развёртку правильной четырёхугольной пирамиды, если диагональ её основания равна 3 *см*, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол в 45°.

994. Построить развёртку правильной пирамиды, объём которой равен 50 *см*^{3}, если:

а) в основании её лежит квадрат со стороной 40 *мм*;

б) в основании её лежит правильный треугольник со стороной 50 *мм*.

995. Как изменится объём пирамиды, если:

а) её высоту увеличить в два раза;

б) площадь её основания уменьшить в два раза;

в) все стороны её основания уменьшить в два раза;

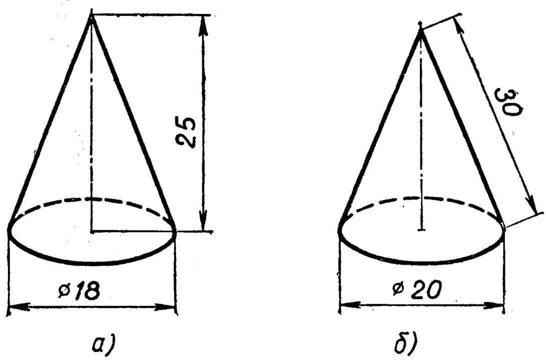
г) все стороны основания уменьшить в два раза, а высоту увеличить в два раза?

996. Найти высоту правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 *см*, если её объём равен объёму куба со стороной 4 *см*.

Конус.

997. По размерам, данным на чертеже 270, найти углы, которые составляют образующие конусов с плоскостями их оснований.

998. По размерам, данным на чертеже 270, найти боковые поверхности конусов.



Черт. 270

999. Построить развёртки конусов, изображённых на чертеже 270, *а* и *б*.

1000. Длина окружности основания конуса равна 64 *см*, образующая его равна 70 *см*. Найти:

а) полную поверхность конуса;

б) угол, составленный образующей конуса с плоскостью его основания.

1001. Угол между образующей и осью конуса равен 30°, образующая равна 142 *см*. Определить полную поверхность конуса.

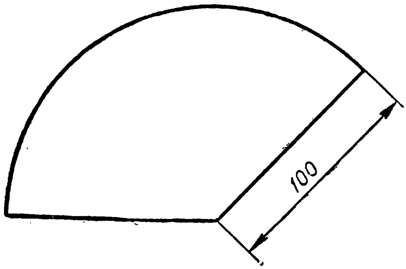
1002. Как изменится боковая поверхность конуса, если:

а) радиус его основания увеличить в два раза;

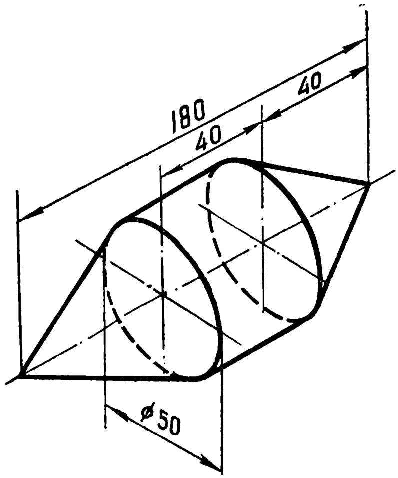
б) его высоту увеличить в два раза;

в) радиус основания уменьшить в два раза, а высоту увеличить в 3 раза?

1003. Вычислить объёмы конусов по размерам, данным на чертеже 270.



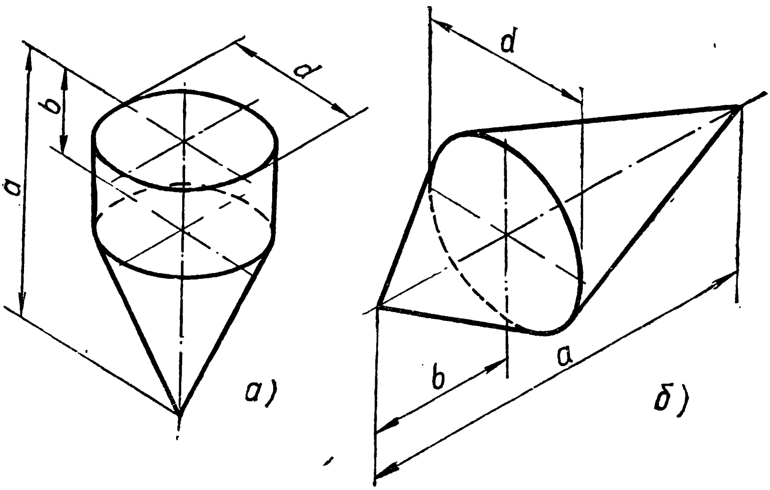
Черт. 271.



Черт. 272.

1004. Вычислить объём конуса по развёртке его боковой поверхности (черт. 271), предварительно измерив центральный угол развёртки.

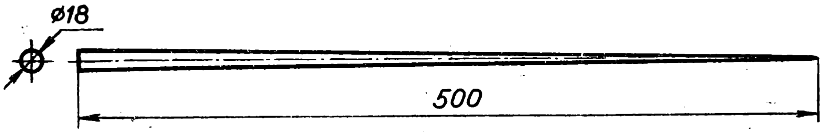
1005. Вычислить объём тела по размерам, данным на чертеже 272.



Черт 273.

1006. Вычислить объёмы тел, размеры которых даны на чертеже 273, при $a = 345$ *мм*, $b = 122$ *мм*; $d = 140$ *мм*.

1007. Для изготовления указки (черт. 274) был взят брусок квадратного сечения размером 20 *мм*$\times$20 *мм* и длиной 500 *мм*. Найти, какой процент материала пошёл в отход.



Черт. 274.

1008. Как изменится объём конуса, если: а) радиус его основания увеличить в два раза; б) площадь его основания увеличить в три раза (как при этом изменится радиус основания?); в) его высоту уменьшить в два раза; г) площадь его основания уменьшить в четыре раза, а высоту увеличить в два раза?

Шар.

1009. Вычислить поверхность и объём шара, диаметр которого равен 140 *мм*.

1010. Найти отношение поверхностей и объёмов двух шаров, радиусы которых равны 10 *см* и 12 *см*.

1011. Написать формулы, выражающие зависимость поверхности и объёма шара от его диаметра.

1012. Диаметр Марса примерно равен половине диаметра Земли. Во сколько раз его поверхность и объём меньше поверхности и объёма Земли?

1013. Как относятся радиусы двух шаров, если их объёмы относятся, как 1 : 2?

1014. Как относятся радиусы двух шаров, если их поверхности относятся, как 5 : 1?

1015. Из куба с ребром 105 *мм* выточен шар диаметра 100 *мм*. Какой процент материала пошёл в отход?

1016. Чему равен вес деревянного шара диаметра 100 *мм*, если удельный вес дерева принять равным 0,50 $\textit{Г/см}^3$?

1017. Как относятся поверхности и объёмы куба и шара, если ребро куба равно диаметру шара?

1018. Куб и шар имеют равные поверхности. Как относятся их объёмы?

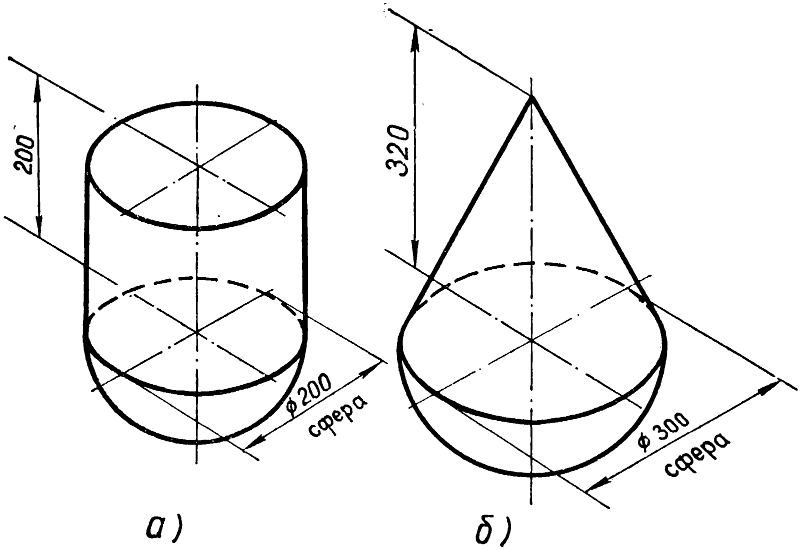
1019. Куб и шар имеют равные объёмы. Как относятся их поверхности?

1020. Определить объёмы тел, данных на чертеже 275.

1021. 1) Каков приближённо объём сферического аэростата диаметра 12 *м*?

2)* Какова подъёмная сила этого аэростата у земли, если оболочка аэростата наполнена техническим водородом и подъёмная сила технического водорода при температуре 15° С и давлении 760 *мм* ртутного столба принимается равной 1,1 $\textit{кГ/м}^3$?

Каков вес балласта, уравновешивающего подъёмную силу, если общий вес конструкции, оборудования, снаряжения и двух пилотов составляет 600 *кГ*?



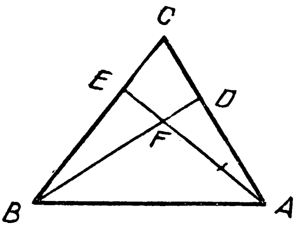
Черт. 275.

1022. Найти вес полого чугунного шара, толщина стенок которого равна 7,0 *мм*, если его наружный диаметр равен 120 *мм*. Удельный вес чугуна принять равным 7,2 *Г/см*^{3}.

ГЛАВА XIII.

ПОВТОРЕНИЕ.

1023. В треугольнике ABC $AE \perp BC$ и $BD \perp AC$ (черт. 276). Доказать, что: а) $\triangle ADF \backsim \triangle BFE$, б) $\triangle AEC \backsim \triangle BDC$. Записать все равные отношения отрезков.



Черт. 276

1024. На чертежах 277—280 найти подобные треугольники. Написать пропорции, следующие из подобия треугольников.

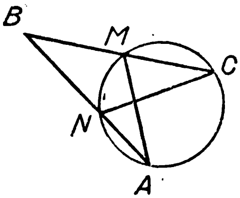
1025. На чертеже 281 точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC, BD — высота треугольника ABC и $OF \perp BC$. Доказать, что $AB \cdot BF = OC \cdot BD$.

1026. В прямоугольнике $ABCD$ проведён отрезок AE (черт. 282) так, что $\angle ACD = \angle DAE$. Назвать все подобные треугольники.

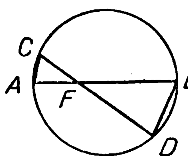
1027. Площади двух подобных многоугольников равны 466 *см*² и 598 *см*². Одна из сторон меньшего многоугольника равна 15 *см*. Чему равна сходственная ей сторона большего многоугольника?

1028. Отношение площадей двух подобных многоугольников равно 1,3. Чему равна сторона многоугольника, сходственная стороне, равной 5 *см*, другого многоугольника (два решения)?

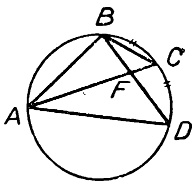
1029. Можно ли вписать в круг два подобных, но неравных треугольника?



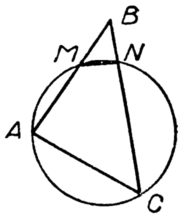
Черт. 277.



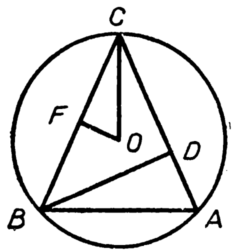
Черт. 278.



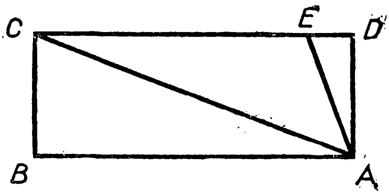
Черт. 279.



Черт. 280.



Черт. 281.



Черт 282.

1030. В данный треугольник вписать ромб с данным острым углом так, чтобы все вершины ромба лежали на сторонах треугольника.

1031. Показать без применения таблиц, что:

а) $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; б) $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

1032. Длина тени от вертикального шеста высотой 1,5 *м* равна 2,5 *м*. Определить высоту солнца над горизонтом.

1033. Диагональ прямоугольника составляет с одной из его сторон угол в 66°, площадь прямоугольника равна 460 *см*². Определить его стороны.

1034. Около окружности диаметра 10 *см* описан ромб с острым углом в 40°. Найти площадь ромба.

1035*. Построить два подобных, но неравных треугольника так, чтобы две стороны одного треугольника были равны двум сторонам другого треугольника.

У к а з а н и е. Считать, что две стороны одного треугольника известны, стороны второго треугольника и третью сторону первого треугольника найти из пропорций, составленных на основании условия задач.

1036. Построить треугольник по углу в 25°, отношению заключающих его сторон, равному 3 : 2, и биссектрисе данного угла, равной 3,5 *см*.

1037. Построить параллелограмм по отношению его диагоналей, равному 2 : 1,5, углу, образованному диагоналями, равному 55°, и высоте параллелограмма, равной 4 *см*.

1038. Построить параллелограмм по углу, отношению его сторон и диагонали.

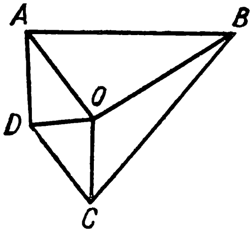
Сколько решений имеет задача?

1039. Через точку M, данную внутри угла ABC, провести прямую так, чтобы отрезок её, заключённый внутри угла, делился в этой точке в отношении: а) 1 : 2; б) $m : n$.

1040*. Найти площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой, равная 250 *мм*, составляет со стороной основания угол, равный 35°.

1041. Площади правильного треугольника, квадрата и правильного шестиугольника равны между собой. Как относятся стороны этих фигур?

1042. Для построения плана участка $ABCD$ (черт. 283) были измерены отрезки AO, BO, CO и DO и углы AOB, BOC и COD. Вычислить площадь участка, если: $AO=24$ *м*, $BO=36$ *м*, $CO=19$ *м*, $DO=14$ *м*, $\angle AOB=105°$, $\angle BOC=120°$, $\angle COD=80°$.



Черт. 283.

1043. В прокладке должно быть просверлено 10 отверстий, центры которых равномерно расположены на окружности диаметра 100 *мм*.

а) Каким образом может быть проведена разметка центров отверстий?

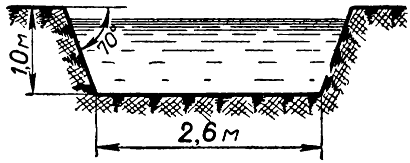
б) Вычислить расстояние между центрами двух соседних отверстий.

1044. 1) Найти ошибку, допускаемую при замене длины окружности радиуса R периметром правильного шестиугольника, вписанного в эту окружность.

2) Найти ошибку, допускаемую при замене длины окружности радиуса R суммой $6R+h$, где h — высота сегмента, отсекаемого от окружности радиуса R хордой, равной стороне вписанного в неё квадрата.

1045. В основании прямой призмы лежит ромб, меньшая диагональ которого равна его стороне. Найти объём призмы, если сторона ромба равна 5 *см*, а высота призмы равна 6 *см*.

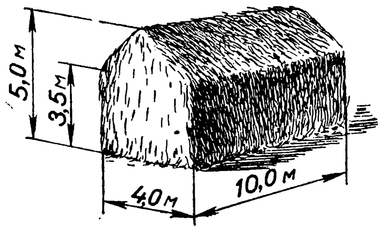
1046. Сечение канала имеет размеры, данные на чертеже 284. Какое количество воды может пропустить канал за 1 минуту, если скорость воды равна $2 \frac{км}{ч}$?



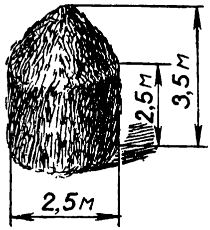
Черт. 284.

1047. Вычислить, сколько тонн соломы находится в стоге (черт. 285 и 286), если считать, что 1 *куб. м* соломы весит 80 *кГ* (чертёж условный).

1048. Два металлических шара диаметром 14 *см* и 8 *см* сплавлены в один шар. Чему равен его диаметр?

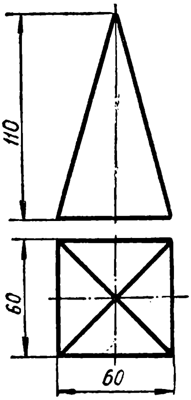


Черт. 285.



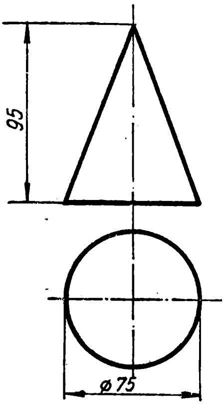
Черт. 286.

1049. Кусок льда, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размером 0,60 *м* × 0,40 *м* × 0,50 *м* помещён в цилиндрический сосуд диаметра 0,90 *м*. Какова будет высота слоя воды после того, как лёд растает? Удельный вес льда принять равным $0{,}92 \frac{Г}{см^3}$.



Черт. 287.

1050. На чертеже 287 даны проекции правильной пирамиды на две взаимно перпендикулярные плоскости. По данным на чертеже размерам найти: а) угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания; б) боковую поверхность пирамиды.



Черт. 288.

1051. На чертеже 288 даны проекции конуса на две взаимно перпендикулярные плоскости. По данным на чертеже размерам найти: а) угол наклона образующей конуса к плоскости основания; б) боковую поверхность конуса.

ОТВЕТЫ[1].

Глава I. **5.** 6. **22.** а) 440 *км*. **24.** 30 *м*. **35.** 8,5 *см*. **36.** 1) а) 40 *мм*; б) 80 *мм*; в) 20 *мм*; 2) а) 11 *см*; б) 0,5 *см*; в) 5,5 *см*. **55.** 50 *мм*. **56.** 1) 0,3 d. **62.** а) 1,1 d. **63.** а) $\frac{5}{6}d$; $1\frac{1}{6}d$; б) 0,5 d; 1,5 d. **64.** 1) 0,5 d; 1,5 d; 2) $1\frac{2}{3}d$, $\frac{1}{3}d$. **65.** а) 0,8 d; 1,2d; 1,2d; б) $1\frac{1}{3}d$; $\frac{2}{3}d$. **68.** 1) $\frac{5}{8}d$; 2) 1,1 d. **69.** 1) $\frac{7}{9}d$ или $1\frac{2}{9}d$; 2) $\frac{5}{9}d$; $1\frac{4}{9}d$; $1\frac{2}{3}d$. **70.** 1) $\frac{2}{3}d$; 2) а) 0,5 d; б) 0,4 d. **73.** d. **74.** 0,6 d; 1,4d; 1,4d. **75.** $\frac{4}{9}d$; $\frac{4}{9}d$; $1\frac{5}{9}d$; $1\frac{5}{9}d$. **76.** 0,5 d; 0,5 d; 1,5 d; 1,5 d. **78.** 1,8 d. **79.** $\frac{27}{40}d$. **80.** 0,8 d. **82.** а), в) и г). **87.** 1) 0,4 d и 1,6 d. **95.** 60°. **101.** а) 180°; б) 120°; в) 90°; г) 8°. **102.** $\frac{3}{40}$; $\frac{3}{8}$ **103.** б) 60°; в) 33°45′; г) 72°. **104.** в) $\frac{1}{9}$; г) 0,2; д) 0,8; е) $1\frac{2}{3}$. **106.** 1) а) 120°; б) 60°; 2) а) 60°; б) 7°30′; в) 15′. **107.** 90°. **111.** 1) 38 *мм*; 2) 66 *мм*. **112.** б) 114°32′. **113.** 54°; 54°; 126°; 126°. **115.** 90°.

Глава II. **119.** 2) n — 2. **121.** 3; 5. **128.** 12 *см*. **144.** 40°. **146.** 6 *см*, 6 *см*, 9 *см* или 8 *см*, 8 *см*, 5 *см*. **148.** 1) 43 *мм*. **153.** 96°. **172.** 1) 59 *мм*, 70 *мм*, 78 *мм*; 2) 36 *мм* и 38 *мм*. **173.** а) Да; б) нет; в) нет; г) нет. **175.** 1) Нет; 2) 20 *см*. **176.** а) 2 *см*; б) 14 *см* или 15 *см*; в) 8 *см* или 10 *см*; г) 10 *см*. **177.** 16 *см*; 16 *см*; 6 *см*. **178.** 1) 7 *см*, 7 *см*, 4 *см* или 7 *см*, 5,5 *см*, 5,5 *см*; 2) 4 *см*, 8 *см*, 8 *см*. **195.** 26 *см*. **196.** 9 *см*. **198.** 1) $\angle B > \angle A > \angle C$; 2) а) $\angle A > \angle B$; б) $\angle A > \angle C$. **201.** а) 5,2 *см*; б) 6,7 *см*. **202.** 10,0 *см* и 2,5 *см*.

Глава III. **208.** 72°, 108°, 64°, 116°, 68°, 112°. **219.** 58° и 122°. **220.** а) 45°; б) 110°; в) 75°. **221.** 1) $\angle A = 128°$; $\angle C = 42°$. **222.** 145°. **225.** 71° **226.** 10 *см*, 65°. **231.** 1) а) Нет; б) нет. **232.** б) 72°42′; в) 26°55′32″. **233.** 77°. **236.** 70°, 20°, 90°. **237.** 25° и 17°. **241.** 9 *см*. **242.** 16 *см*. **243.** а) 54°; б) 81°36′. **244.** а) 146°; б) 87°46′. **245.** 30°48′; 74°36′; 74°36′. **246.** 45°, 45°, 90°. **247.** 15°, 150°, 75°, 30°. **249.** 51°30′. **250.** 15°, 40°, 125°; 40°, 41°, 99°. **251.** 21°, 73°, 86° и 21°, 65°, 94°. **252.** 126°30′ **253.** 118°30′. **254.** 1) 123° и 57°; 2) 135° и 45°. **255.** 1) 104°; 2) 157°30′ **256.** 52°. **257.** 1) 48°; 2) 60°. **262.** 3,0 *см*, 3,9 *см*, 4,6 *см*. **266.** 95°. **267.** 1) 35°, 108°, 37°; 2) 52°, 38°. **270.** 1) 34°; 2) 99°. **271.** 24°, 38°, 118°. **272.** 69° или 15°. **273.** 33°45′, 56°15′. **274.** 1) 193°; 2) 78°. **275.** 1) 85°. **277.** 65°, 65°, 50° или 50°, 50°, 80°. **280.** 12,5 *см*. **281.** 30 *мм*, 25 *мм*. **283.** 7,5 *см*. **284.** 20 *см* и 40 *см*. **288.** а) 36° и 144°; б) 72°30′ и 107°30′. **289.** 40° и 140°. **291.** 1) 82°; 2) 56°, 124°, 56°, 124°. **292.** 86°, 48°, 46°. **295.** 40°, 130°, 50°. **296.** а) 30° и 150°; б) 78° и 102°. **297.** 85° и 95°. **298.** 36°.

---

[1] Ко всем задачам практического характера ответы даны приближённые. В задачах на измерение ответы у учащихся могут несколько отклоняться от приведённых в задачнике в связи с неточностью школьных измерительных инструментов и различной точностью выполняемых измерений.

На чертежах, если это специально не оговорено, размеры даны в миллиметрах.

Глава IV. **311.** 84° и 96°. **312.** а) 40°; б) 80°; в) 60°. **315.** 70°; 34°. **316.** 1) 48°, 60°, 72°; 2) 42°, 52°, 86°. **322.** 62°, 32°, 113°, 153°. **323.** 1) 55°, 55°, 70° или 70°, 70°, 40°; 2) 67°30′, 67°30′, 45° или 45°, 45°, 90°. **324.** 42°. **325.** 50°, 40°, 50°. **326.** 63° или 33°. **329.** 9°. **330.** 92 *мм*.

Глава V [1]. **335.** а) 82°; б) 105°52′. **337.** 86°40′. **338.** 1) 40°, 90°, 140°, 90°. **339.** 1) 142°, 22°, 136°, 60°; 2) 360°. **341.** 84°, 96°. **342.** а) 78°15′ и 101°45′; б) 69° и 111°. **343.** а) 36° и 144°; б) 54° и 126°. **344.** 25,5 *см* и 50,5 *см*. **345.** 1) а) 22,5 *см* и 13,5 *см*; б) 20,4 *см* и 15,6 *см*; 2) 18 *см* и 24 *см*. **347.** 1) 16°, 96°; 2) 110°, 40°. **348.** а), в), д), е). **349.** 1) 12 *см* и 18 *см*. 2) 7,5 *см* и 22,5 *см*. **350.** 6 *см*. **351.** 2 *см* или 4 *см*. **362.** 1) 180°; 2) 60°, 180°. **375.** а) 45°; б) 135°. **381.** 4 *см*. **388.** 40 *см*. **389.** 25° и 65°. **390.** а) 36° и 54°; б) 18°. **397.** 1) 3 *см*; 2) 10 *см*. **404.** а) 60° и 120°; б) 30° и 60°. **405** 72° и 108°. **406.** 1) а) 30° и 150°; б) 15° и 75°; 2) а) 60° и 120°; б) 30° и 60°. **407.** а) 60° и 120°; б) 80 *мм*. **411.** 56 *см* и 14 *см*. **421.** 48 *см*. **422.** 2 *м*. **423.** 3 *м*. **424.** 2*a*. **426.** 3 *см*, 6 *см*, 9 *см*, 6 *см*. **429.** 0,5 *м* или 1 *м*. **430.** 1) 30 *см*, 7,5 *см*, 10 *см*, 12,5 *см*; 2) 14 *см*, 16 *см*, 18 *см*. **431.** 14 *см*. **432.** 12 *см*, 12 *см*. **436.** 2 *см*, 11 *см*, 13 *см*. **438.** 80 *см*. **442.** 1) 112° и 106°; 2) а) нет; б) да. **443.** 140°, 80°, 100°. **444.** 20 *см*. **445.** 1) 9,5 *см* и 33,5 *см*; 2) 132 *см*. **447.** 60° и 120°. **448.** 11,5 *см*. **449.** 42 *см*. **450.** 28 *см*. **451.** 17 *см*, 19 *см*, 21 *см*. **452.** 1) 12 *см* и 42 *см*; 2) 12 *см* и 32 *см*. **455.** 96 *см*. **457.** 0,75 *a*. **458.** 7,75 *см*. **469.** 6 *см*, 4 *см*, 2 *см*. **470.** 30 *см*. **471.** 1) $3\frac{1}{3}$ *см*; 2) 5 *см*; 3) 7 *см*.

Глава VI. **473.** а) 87 $см^2$; б) 204 $см^2$; в) 5,6 $м^2$. **474.** а) 18 *см*; б) 4 *м*; в) 4 *км*; г) 320 *м*. **475.** 1) 25 000 $м^2$; 0,025 $км^2$; 2,5 *га*; 2) 0,24 $км^2$; 240 000 $м^2$; 2400 *а*. 3) 0,35 $км^2$; 3500 *а*; 35 *га*. **476.** а) 20,8 *км*; б) 8 *км*. **477.** 2,88 *т*. **478.** 11 *т*. **481.** 4 *м* и 9 *м*. **482.** 50,91 *см*. **483.** 20 *см* или 22 *см*. **484.** 124 *см*. **487.** а) 40 *мм*; б) 10 *мм*. **494.** Менее 860 *т*. **495.** б) 8,764 *м*; в) 3,821 *мм*; г) 3,1 *дм*. **496.** 6,324 *м*. **503.** 1) 0,3 $м^2$; 2) 0,8 *м*; 3) 0,25 $м^2$; 4) 10 *см*. **504.** 1) 12 $см^2$, 2) 50 $см^2$. **505.** 1) $\frac{1}{2}ab$ **506.** 30°. **508.** 4 *см* и 12 *см*. **509.** 1) 4 *см*; 2) 8,2 *см* и 4,1 *см*. **512.** 3,333 *см* или 7,5 *см*. **515.** 1) 20 *см*; 2) 1 *см*; 3) 12 $дм^2$; 4) 4 *м*. **519.** 8,5 $мм^2$; 47,5 $мм^2$. **520.** 960 *кГ*. **521.** 3 *см*. **522.** 1 : 3. **523.** 1) 4,8 *см*; 2) 2 *см* **529.** 5,25 $см^2$. **530.** 28,28 *см*. **531.** 1) а) 2080 $мм^2$; б) 1254 $мм^2$; 2) а) $\frac{1}{2}c\,(a+b)$; б) $ae - \frac{1}{2}b\,(e-c-d)$ **532.** 26 *см* **533.** 7,11 $см^2$. **536.** 6 $см^2$; 12 $см^2$. **539.** 98 $см^2$. **540.** 1) 96 $см^2$. **541.** 12 $см^2$. **543.** 64 кв. ед.; 42 кв. ед. **544.** а) 8,1 $см^2$; б) 8,3 $см^2$; в) 5,7 $см^2$; г) 9,2 $см^2$. **545.** а) 976,5 $мм^2$. **547.** а) 126 *мм*; б) 75 *мм*. **548.** 84 $см^2$. **549.** 10 *см*. **550.** 14 *см*. **551.** 20 *см*. **552.** 16 *см* и 20 *см*. **553.** б) 18 $см^2$. **559.** а) 5 *см*; б) 1,3 *см*. **560.** а) 6 *см*; б) 2,236 *см*; в) 84,05 *см*. **562.** а) 13 *мм*; б) 12,81 *мм*. **563.** а) 17,66 *мм*; б) 50 *мм*; в) 33,69 *мм*; г) 32 *мм*. **564.** 970,6 *мм*; 531,0 *мм*. **565.** 13 *см*. **566.** а) 10 *см*; б) 30,90 *см*. **567.** 1) 83,74 *см*. **568.** 3,43 *м*. **569.** 9 *см*; 25,63 *см*. **570.** 10 *мм*. **571.** 8 *см*. **572.** 17,53 *м* и 5,53 *м*. **573.** 13 *мм*. **579.** 50 $см^2$, 75 $см^2$, 150 $см^2$. **580.** а) 1760 $мм^2$; б) 1493 $мм^2$; в) 6016 $мм^2$; г) 216 $мм^2$; д) 5240 $мм^2$. **581.** 392 $см^2$. **583.** 420 $см^2$; 600 $см^2$. **584.** 1600 $см^2$. **585.** 690 $см^2$, 963 $см^2$. **586.** 464 $см^2$. **587.** а) 27 $м^2$; б) 50 $м^2$; в) 0,24. **588.** а) 8 $см^3$; б) 9,261 $дм^3$. **589.** а) 4 *дм*; 64 $дм^3$; б) 1,265 *дм*; 2,024 $дм^3$. **590.** а) 3 *см*; б) 4 *см*; в) 0,5 *м*. **591.** а) 1 $см^3$; б) 10,09 $дм^3$. **592.** а) 4500 $мм^3$; б) 2625 $мм^3$; г) 168 $мм^3$. **593.** а) 36 $см^3$; б) 3,6 $см^3$. **594.** 1) 300 $см^2$, 21 600 $см^2$, 90 $дм^3$; 2) 10 *см*; 0,0672 $м^2$; 2404 $см^2$; 3) 30 *см*; 0,22 $м^2$; 0,006 $м^3$; 4) 1 *м*; 0,3 $м^2$; 1,12 $м^2$. **595.** 7,0 час. **596.** 62 *Г*; 71 *Г*; 90,4 *Г*. **599.** 24 $дм^3$; 25,2 $дм^2$. **600.** 6000 $см^3$. **601.** а) 2,79 $дм^3$; б) 1,9 $дм^3$; в) 2,1 $дм^3$. **604.** 16 час. **605.** 175 *кГ*.

Глава VII. **609.** 96°. **611.** 5,5 *см*. **612.** а) 6 *см* и 3 *см*; б) 1,5 *см* **622.** 8 *см*. **623.** 7,5 *см*. **625.** 12 *см*. **629.** 5 *см* и 15 *см*. **630.** 13 *см*. **631.** 5 *см*. **632.** 1) 50° или 110°. **633.** 10 *см* и 5 *см* **635.** 40 *см*. **636.** 2*R*. **646.** 0,5 *м*. **654.** 15 *см* и

---

[1] Там, где это не следует из условия задачи, данные считаются точными. В тех случаях, когда даётся приближённый ответ, точность его определяется точностью используемых таблиц (четырёхзначных).

6 *см*. **655.** 1) 67,2 *см*, 19,2 *см*; 2) 30 *см* и 12 *см* или 9 *см* и 22,5 *см*. **656.** 1) 12 *см* и 8 *см*; 2) 10 *см* и 25 *см*. **657.** 1) 18 *см* и 10 *см*; 2 *см*; 2) 12,5 *см* и 5 *см*; 2,5 *см*. **658.** R. **659.** 12°25′30″; 12°25′30″; 155°9′. **660.** 80° или 100°. **661.** 40°, 60°, 80°. **662.** 82°30′ и 277°30′. **663.** 100°, 120°, 80°, 60° и 50°, 70°, 30°, 30°. **667.** 81°, 81°, 81°, 117°. **668.** 56°, 62°, 62°. **670.** 23°. **672.** 20°. **673.** 40°, 40°, 100°. **674.** 40°, 60°, 80°. **676.** б) 449 *см*; в) 1,4 *м*. **677.** а) 2,00 *см*; б) 14 *см*; в) 18,0 *дм*; г) 0,28 *м*. **678.** 1) 143 *см*. **681.** 147. **682.** 3,77 *м/сек*. **683.** 40 *км/ч*. **684.** 1700 *об/мин*. **685.** 3,77 *м*. **689.** 135 *мм* и 80 *мм*. **690.** 2) а) 0,44 *см*; б) 19,6 *см*; в) 5,23 *см*; г) 4,36 *см* **691.** 1) а) 114°36′; б) 88°48′; 2) 57°18′. **692.** 450 *см*; 71,6 *см*. **693.** а) $a+b+\frac{1}{2}\pi R_1$; б) 141,4 *мм*. **695.** а) 28,27 *см*^{2}; б) 30,19 *см*^{2}. **696.** а) 8,3 *мм*, 54 *мм*^{2}; б) 45,2 *см*; 1610 *см*^{2}. **697.** а) 3,94 *см*; б) 1,43 *м*; в) 11,3 *мм*. **698.** 1) 10 *см*; 2) 12 *см*. **699.** Да. **701.** а) 0,5; б) 0,25; в) 0,125; д) 0,05; е) 0,0625. **702.** а) 180°; б) 240°; в) 337°30′; г) 51°25′47″. **703.** 14,1 *см*^{2}. **705.** 15,81 *мм*. **706.** 180,8°. **707.** $\frac{a^2}{4}(4-\pi)$; $\frac{1}{4}(a^2\sqrt{3}-2\pi b^2)$. **708.** а) 314,2 *мм*^{2}; 942,6 *мм*^{2}. **709.** 1) 314,2 *см*^{2}; 1885 *см*^{2}. **712.** а) 1571 *мм*^{3}. **713.** 1) 2714,4 *дм*^{3}.

Глава VIII. **727.** 12 *см*. **728.** 34 *см*. **729.** 7 *см*. **732.** 2) 6 *см* и 18 *см*. **734.** 10 *см*. **736.** 10 *дм* и 6 *дм*. **739.** 44 *см*. **741.** 2 $(R+c)$. **744.** 151 *мм* × 50 *мм* × 4 *мм*. **745.** 1) 188,5 *мм*. **746.** 80°. **750.** 192,9°. **751.** а) 398,0 *мм*^{2}; б) 1055 *мм*^{2}. **752.** 12131,2 *мм*^{2}; 76 *см*^{3}; 1482,2 *мм*^{2}; 3473,4 *мм*^{3}.

Глава IX[1]. **758.** $\frac{am}{m+n}$; $\frac{an}{m+n}$. **759.** $\frac{a}{a+b+c}$; $\frac{b}{a+b+c}$; $\frac{a+b}{a+b+c}$. **760.** 21,6 *см*. **763.** а) Да; б) нет. **764.** a, e, b, d. **765.** 1) 8 *см*; 2) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, 6. **766.** 3 *см* и 6 *см*. **767.** 36,8 *мм*; 58,8 *мм*; 88,2 *мм*. **768.** а) 15 *м*; б) 22 *дм*; в) 9 *м*. **769.** 12 *см*. **771.** 13,5 *см*, 9 *см*, 4,5 *см*. **772.** 16 *см*, 18 *см*. **773.** 16 *см*, 24 *см*, 16 *см*, 64,3 *см*, 25,7 *см*. **776.** 6,25 *см*, 3,75 *см*. **777.** 15 *см* и 7 *см*. **778.** а) 15 *см*, 9 *см*, 21 *см*; б) 5 *см*, $8\frac{1}{3}$ *см*, $11\frac{2}{3}$ *см*; в) 7 *см*, 5 *см*, 3 *см*; г) 2,5 *см*, 1,5 *см*, 3,5 *см*. **779.** 18 *см*, 21 *см*, 24 *см* и 20 *см*, 23,3 *см*, 26,7 *см*. **782.** 12 *см*. **783.** а) 15 *см*; б) 22,5 *см*. **784.** 14 *см* или 6 *см*. **785.** а) $10\frac{2}{3}$ *см*; б) 16 *см*. **786.** 10 мин. **787.** 4 *см*. **791.** $9\frac{1}{3}$ *см*. **792.** 11,8 *см*. **794.** $6\frac{2}{3}$ *см* и $9\frac{1}{3}$ *см*; 5,6 *см*. **796.** а) 108,8 *м*, 217,6 *м*, 217,6 *м*; б) 170 *м*, 170 *м*, 204 *м* или 160 *м*, 192 *м*, 192 *м*. **799.** 1,6 *см*, 4 *см*, 5,6 *см*. **800.** 1) 8,5 *см* или 7,73 *см*; 2) 6,5 *см* и 19,6 *см* или 8 *см* и 24 *см*. **802.** 5,9 *м*. **806.** 18 *м*. **808.** 150 млн. *км*. **811.** а) Да; б) нет; в) нет. **827.** 30 *см*. **828.** 25 *см*, 10 *см*, 50 *см*^{2}. **829.** 32 *см*. **831.** $\frac{ab}{a+b}$. **832.** 1) 6 *см* и 16 *см*; 2) 13,2 *см*, 35,2 *см*. **833.** 27 *см*. **834.** а) 0,5; б) 4 *см*. **836.** 6,4 *см*. **837.** 1,5 *см*. **839.** 20 *см*, 20 *см*. **844.** 1) $a=b\sqrt{2}$. **845.** 60 *мм*. **846.** $\frac{b^2}{a}$. **847.** 1) 2,8 *см*, 4,2 *см*, 2 *см* 8,4 *см*; 2) 18 *см*, 9 *см*, 12 *см*, 36 *см*. **848.** 8 *дм*, 12 *дм*, 16 *дм*, 20 *дм*. **849.** 100 *м* и 40 *м*. **850.** 1) 4 : 9; 2) 36 : 49. **851.** 1 : 2. **852.** 4,65 *см*. **853.** 1) 0,25; 2) 0,25. **854.** 101,25 *см*^{2} или 20 *см*^{2}. **855.** $1:(\sqrt{2}-1)\approx 1:0{,}414$; 36,8 *см*. **856.** В 10^6 раз. **860.** 4 : 21 : 56. **861.** 256 *см*^{2}. **862.** $1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2})$. **863.** 32 *см*^{2}, 72 *см*^{2}, 128 *см*^{2}. **864.** 300 *дм*^{2}. **865.** 140°, 80°, 60°, 100°, 160°. **867.** 1) а) 36°, б) 144°; 2) 162°, 174°. **868.** а) 8; б) 7; в) 9. **869.** 8. **870.** а) 5; б) 8.

Глава X. **884.** 11°32′, 78°28′. **885.** 76°, 14°. **886.** а) 41,2 *см*; б) 46,3 *см*; г) 433 *см*^{2}. **887.** 36,9 *см* и 17,2 *см*; 33,7 *см* и 8,3 *см* **888.** 8,17 *см*. **889.** Ме-

[1] При решении задач этой и последующих глав пользуются логарифмической линейкой и четырёхзначными таблицами. Ответы даны с точностью, допускаемой линейкой со шкалой длиной 250 *мм*.

нее 2,5°. **890.** 53 *м*. **891.** 67°23′. **892.** 3,32 *см*. **893.** 30°, 30°, 120°; 30°, 90° 60°; 49°7′, 40°53′, 90°; 30°, 130°53′, 19°7′ и т. д. **894.** 119,1 *см*. **898.** 35,8 *см* и 15,2 *см*. **899.** 148 *см*². **900.** 130 *см*². **901.** 73°44′. **902.** 79,5 *м*. **904.** 2,2 *км*. **Глава XI.** **907.** 10 *см*. **908.** 3,46 *см*. **909.** 10 *см*, 10 *см*, 17,3 *см*. **910.** 50°, 130°, 180. **913.** $\frac{1}{3}h$. **914.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **915.** $\frac{1}{2}c(\sqrt{2}-1)$. **916.** $\frac{b\cdot\sqrt{c^2-b^2}}{c+b+\sqrt{c^2-b^2}}$. **917.** $P_1+P_2+P_3$. **918.** 34 *см*. **921.** Да. **922.** 90°. **923.** 105° и 125°. **926.** а) Да; б) нет. **927.** 72°, 90°, 108°, 90°. **928.** 10 *см*. **929.** 25°, 155°, 25°, 155°. **931.** 1) 30 *см*; 2) 30 *мм*, 105 *мм*, 180 *мм*, 105 *мм*. **932.** 3 *см*. **933.** 314 *см*². **934.** 36°52′. **935.** 566 *см*². **938.** а) 120° и 60°; б) 72 и 108°; в) 60° и 120°; г) 45° и 135°. **939.** 2) 12; 30. **945.** 1) Да; 2) да. **946.** 1) 60°; 2) 45°. **947.** а) $\frac{R}{2}$; $\frac{R\sqrt{2}}{2}$; $\frac{R\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$; $\frac{a}{2}$; $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **952.** 16 *см* и 8 *см*. **953.** $1:\sqrt{2}$. **954.** 44,8 *см* и 38,8 *см*. **956.** $\frac{2}{3}a\sqrt{3}$ или $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **961.** 18 *см*. **962.** 42 *см*. **963.** $4\sqrt{3}:9:6\sqrt{3}$. **965.** $\frac{na^2}{4}\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}$. **966.** $nR^2\sin\frac{180^\circ}{n}\cos\frac{180^\circ}{n}$ или $\frac{1}{2}nR^2\sin\frac{360^\circ}{n}$. **969.** 29 *см*². **970.** $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Глава XII. **974.** б) 900 *мм*², 986,6 *мм*²; д) 277 *мм*²; 388 *мм*². **975.** б) 1300 *мм*³; г) 1870 *мм*³. **976.** а) 160 *мм*³; б) 11,7 *мм*³; в) 83,1 *мм*³. **977.** 226 *мм*. **978.** 500 *кГ*. **979.** 0,17. **980.** 31°. **981.** а) 21,5 %; б) 39,5%; в) 9,3%. **982.** Да. **985.** а) 61°53′, 69°18′, 69°18′; б) 76°39′, 83°14′, 83°14′; в) 62°3′, 69°27′, 69°27′; г) 56°15′, 59°57′, 59°57′. **986.** 595 *мм*², 985 *мм*²; 3180 *мм*², 4220 *мм*². **987.** 1,46 *м*³. **989.** $a^2\sqrt{3}$ кв. ед.; $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ куб. ед. **996.** 5,33 *см*. **997.** а) 70°12′. **998.** а) 751 *мм*²; б) 943 *мм*². **1000.** 2570 *см*²; 81°38′. **1001.** 4,75 *м*². **1003.** а) 2120 *мм*³; б) 2960 *мм*³. **1005.** 170 *см*³. **1006.** а) $\frac{\pi d^2}{12}(2b+a)\approx 3020$ *см*³; б) $\frac{\pi d^2 a}{12}\approx 1770$ *см*³. **1007.** 79%. **1009.** 616 *см*²; 1440 *см*³. **1010.** 1 : 1,44; 1 : 1,73. **1012.** В 4 раза, в 8 раз. **1013.** $1:\sqrt[3]{2}\approx 1:1,26$. **1014.** $\sqrt{5}:1\approx 2,24:1$. **1015.** 54,8%. **1016.** 260 *Г*. **1017.** 1,91. **1018.** 1 : 1,38. **1019.** 1 : 0,806. **1020.** а) 8380 *см*³. **1022.** 2,0 *кГ*.

Глава XIII. **1027.** 17 *см*. **1028.** 4,39 *см* или 5,70 *см*. **1032.** 31°. **1033.** 14,3 *см*, 32,1 *см*. **1034.** 156 *см*². **1040.** 2,94 *дм*². **1041.** 1 : 0,657 : 0,408. **1044.** 1) 0,28 R; 2) —0,01 R. **1045.** 130 *см*³. **1046.** 100 *м*³. **1047.** 14 *т*; 1,1 *т*. **1048.** 14,8 *см*. **1049.** 0,17 *м*. **1050.** а) 68°57′; б) 13 700 *мм*². **1051.** а) 68°27′.

ОГЛАВЛЕНИЕ

10 коп.