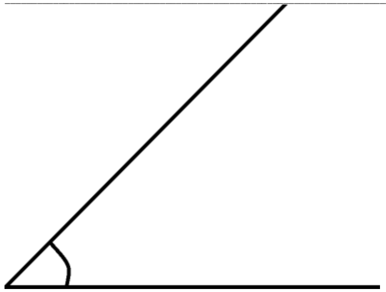
ШКОЛА ПИФАГОРА

ГЕОМЕТРИЯ | ЕГЭ

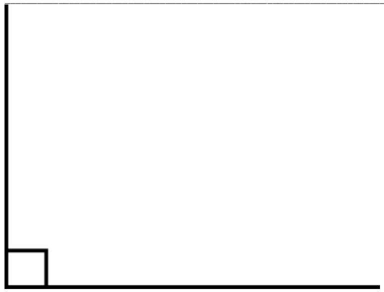
ВИДЫ УГЛОВ

ОСТРЫЙ



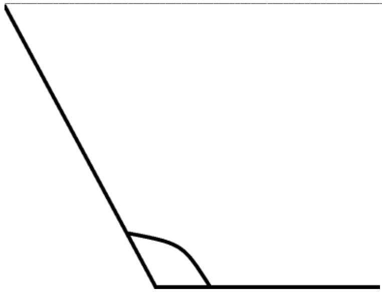
Меньше 90°

ПРЯМОЙ



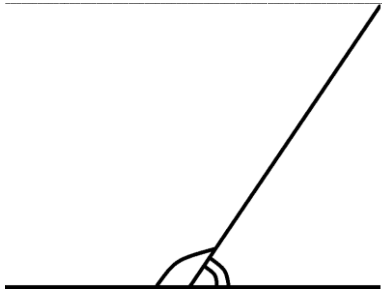
Равен 90°

ТУПОЙ



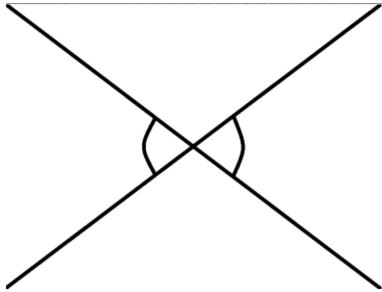
Больше 90°

СМЕЖНЫЕ



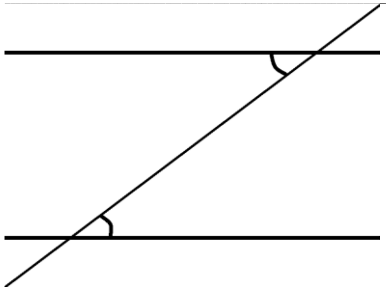
В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ



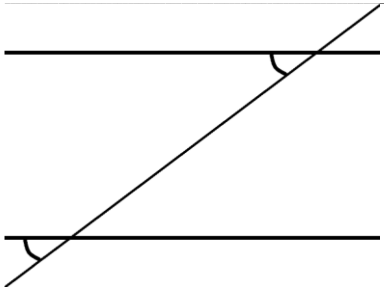
Равны

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ



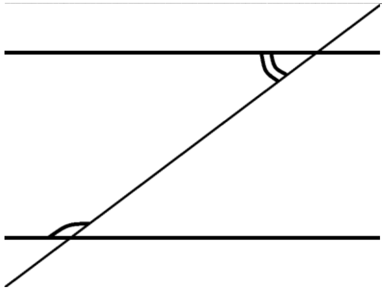
Равны (при параллельных прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ



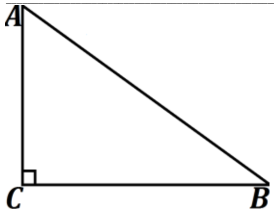
Равны (при параллельных прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ



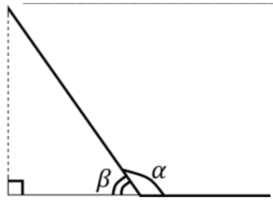
В сумме 180° (при параллельных прямых)

СВОЙСТВО ОСТРЫХ УГЛОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



$sinA = cosB$
$sinB = cosA$
$tgA = ctgB$
$tgB = ctgA$

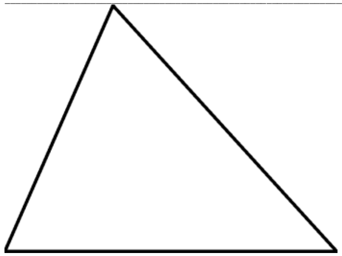
СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС, КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ



$sin\alpha = sin\beta$
$cos\alpha = -cos\beta$
$tg\alpha = -tg\beta$
$ctg\alpha = -ctg\beta$

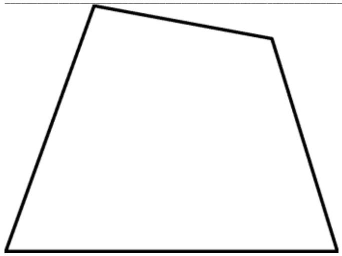
СУММА УГЛОВ

ТРЕУГОЛЬНИК



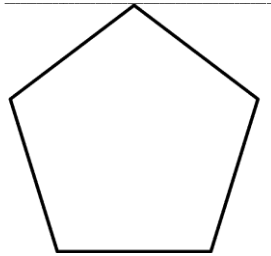
Сумма углов любого треугольника 180°

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК



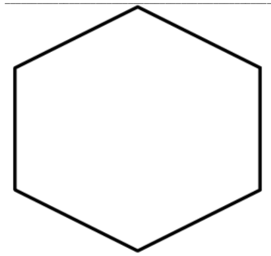
Сумма углов любого четырёхугольника 360°

ПЯТИУГОЛЬНИК



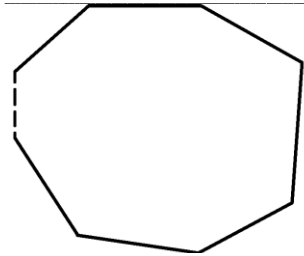
Сумма углов любого пятиугольника 540°

ШЕСТИУГОЛЬНИК



Сумма углов любого шестиугольника 720°

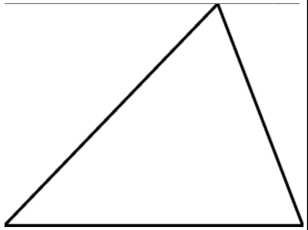
N-УГОЛЬНИК



Сумма углов любого n –угольника $180°(n-2)$

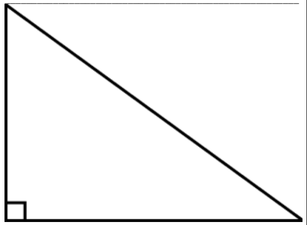
ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ОСТРОУГОЛЬНЫЙ



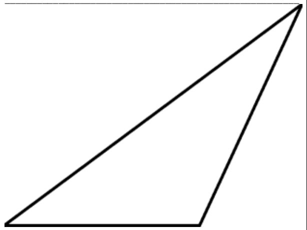
Все углы острые

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ



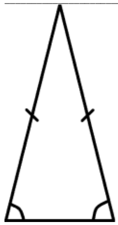
Есть прямой угол

ТУПОУГОЛЬНЫЙ



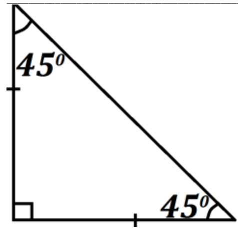
Есть тупой угол

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ОСТРОУГОЛЬНЫЙ)



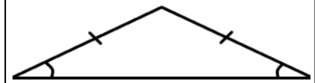
Две стороны равны и все углы острые

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ)



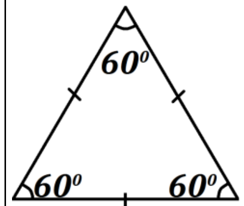
Две стороны равны и есть прямой угол

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ТУПОУГОЛЬНЫЙ)



Две стороны равны и есть тупой угол

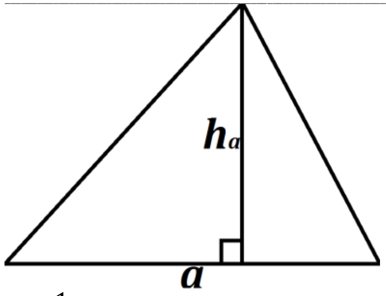
РАВНОСТОРОННИЙ



Все стороны и углы равны

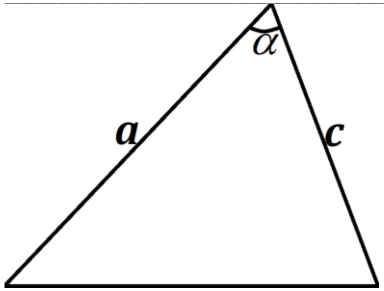
ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)



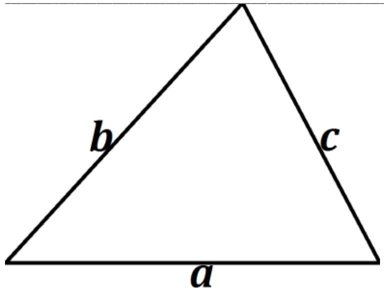
$S = \frac{1}{2} a h_a$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)



$S = \frac{1}{2} ac \cdot sin\alpha$

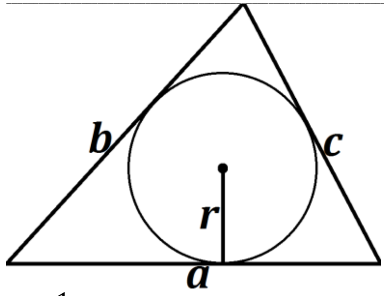
ПЛОЩАДЬ (ФОРМУЛА ГЕРОНА)



$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где

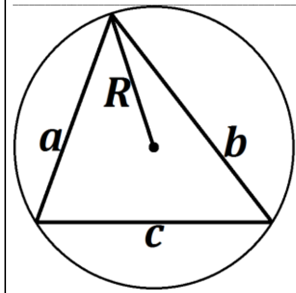
$p = \frac{a+b+c}{2}$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



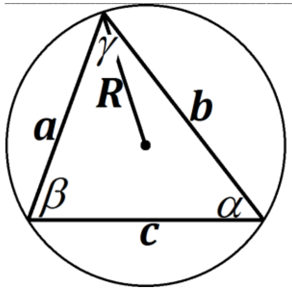
$S = \frac{1}{2} pr$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



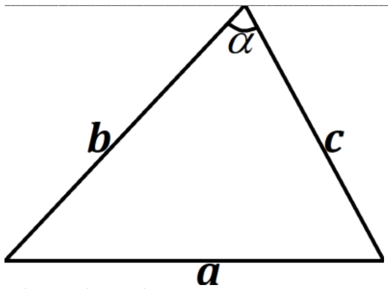
$S = \frac{abc}{4R}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



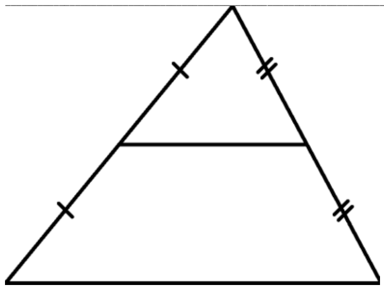
$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma} = 2R$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



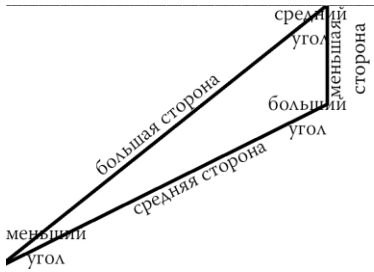
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ



Средняя линия параллельна основанию и равна его половине.

СООТНОШЕНИЕ СТОРОН И УГЛОВ



В любом треугольнике:

– против большей стороны лежит больший угол.

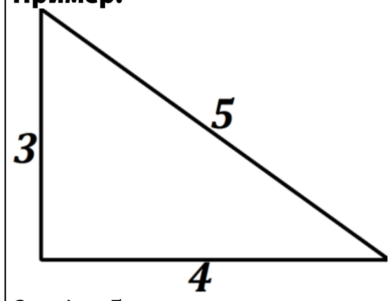
– против средней стороны лежит средний угол.

– против меньшей стороны лежит меньший угол.

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны.

Пример:



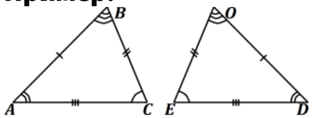
$3 + 4 > 5$
$3 + 5 > 4$
$4 + 5 > 3$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В равных треугольниках все соответственные элементы равны.

Пример:



Все стороны равны:

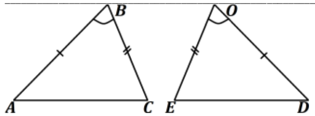
$AB = OD$
$BC = OE$
$AC = DE$

Все углы равны:

$\angle C = \angle E$
$\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle O$

1

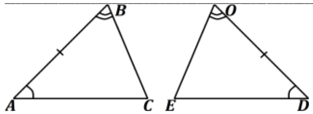
ПО ДВУМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ



Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

2

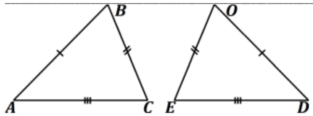
ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3

ПО ТРЁМ СТОРОНАМ



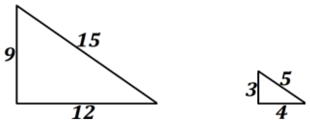
Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В подобных треугольниках все сходственные стороны относятся с коэффициентом подобия k.

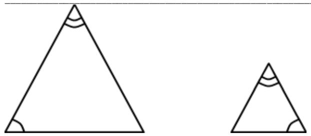
Пример:



$\frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = 3$ $\qquad k = 3$

1

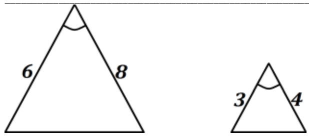
ПО ДВУМ УГЛАМ



Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2

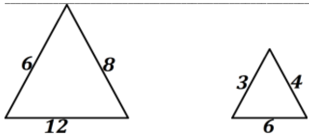
ПО ДВУМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ



Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, а стороны, образующие этот угол, пропорциональны в равном отношении, то такие треугольники подобны.

3

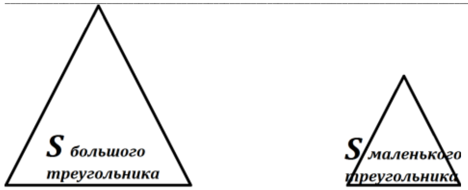
ПО ТРЁМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ СТОРОНАМ



Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ОТНОШЕНИЯ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

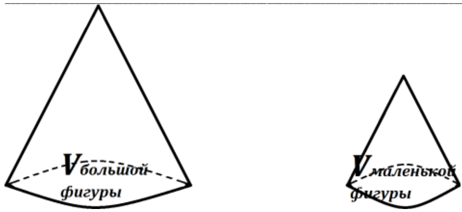
ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ



Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

ОТНОШЕНИЕ ОБЪЁМОВ



Отношение объёмов подобных фигур равно кубу коэффициента подобия.

$$\frac{V_{\text{большой фигуры}}}{V_{\text{маленькой фигуры}}} = k^3$$

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Отношение периметров равно коэффициенту подобия

$$\frac{p_{\text{большого треугольника}}}{p_{\text{маленького треугольника}}} = k$$

Отношение биссектрис равно коэффициенту подобия

$$\frac{l_{\text{большого треугольника}}}{l_{\text{маленького треугольника}}} = k$$

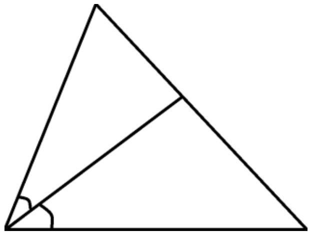
Отношение медиан равно коэффициенту подобия

$$\frac{m_{\text{большого треугольника}}}{m_{\text{маленького треугольника}}} = k$$

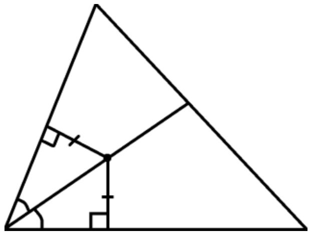
Отношение высот равно коэффициенту подобия

$$\frac{h_{\text{большого треугольника}}}{h_{\text{маленького треугольника}}} = k$$

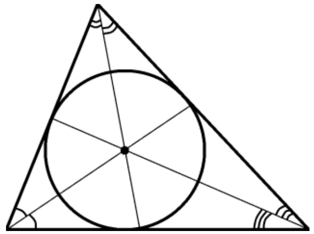
БИССЕКТРИСА



Биссектриса – это луч, делящий угол пополам.

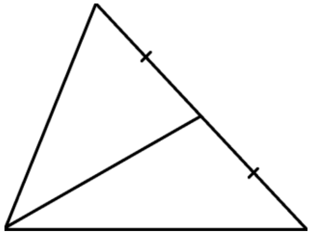


Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.

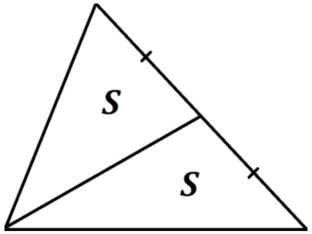


Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис.

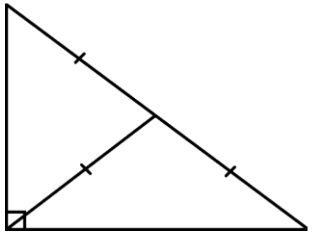
МЕДИАНА



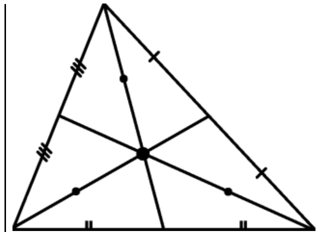
Медиана – это отрезок, делящий противоположную сторону треугольника пополам.



Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями).

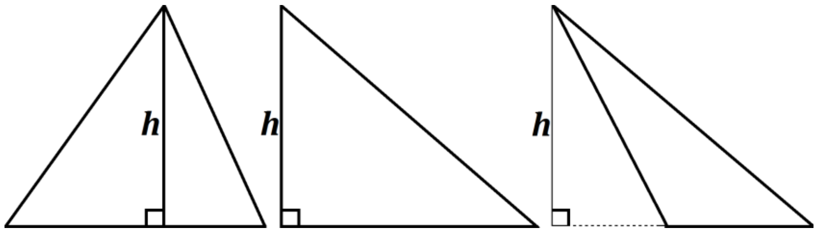


В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



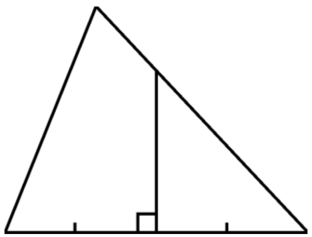
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины.

ВЫСОТА

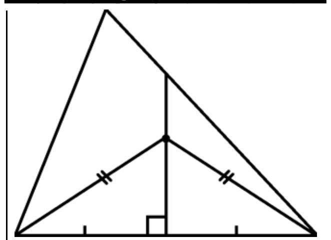


Высота – это перпендикуляр, проведённый к противоположной стороне, т.е. отрезок опущенный из угла под 90 градусов.

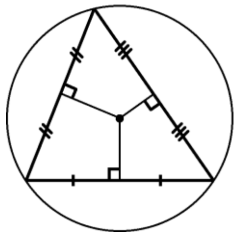
СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР



Серединный перпендикуляр – это прямая, перпендикулярная стороне треугольника, и делящая эту сторону пополам.



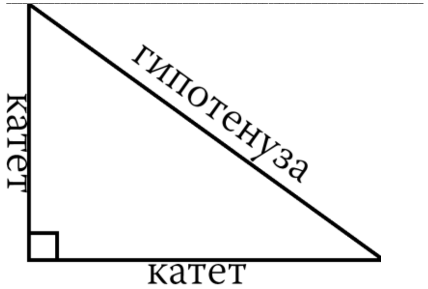
Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.



Центр описанной вокруг треугольника окружности – это точка пересечения серединных перпендикуляров.

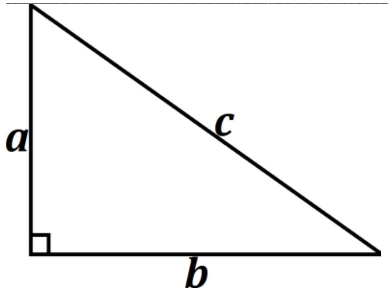
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого есть угол 90°.

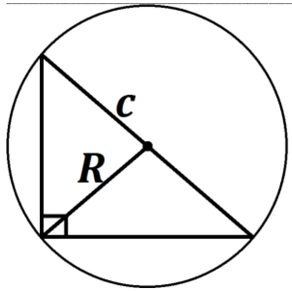
ПЛОЩАДЬ



Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:

$S = \frac{ab}{2}$

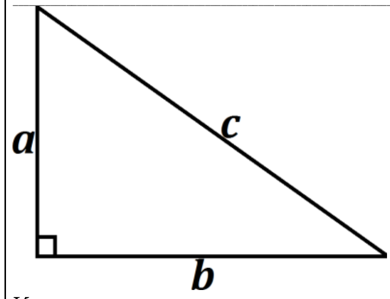
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



Радиус описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности равен половине гипотенузы:

$R = \frac{c}{2}$

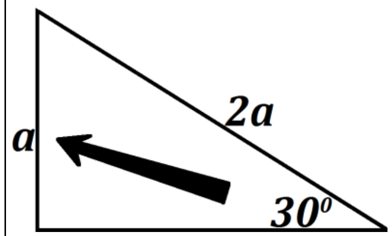
ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$c^2 = a^2 + b^2$

КАТЕТ НАПРОТИВ УГЛА 30 ГРАДУСОВ



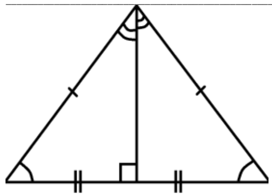
Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы.

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Равнобедренный треугольник – это треугольник, у которого две стороны равны.

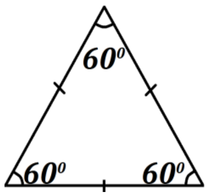
СВОЙСТВО



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, совпадают между собой.

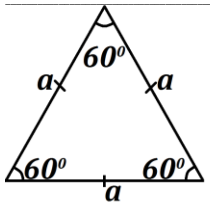
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



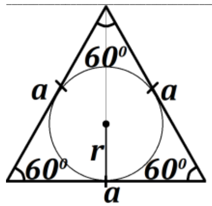
Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 60°.

ПЛОЩАДЬ



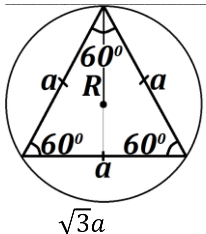
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



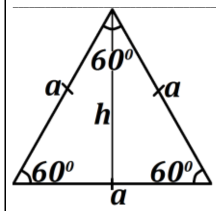
$r = \frac{\sqrt{3}a}{6}$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



$R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

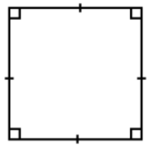
ВЫСОТА



$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

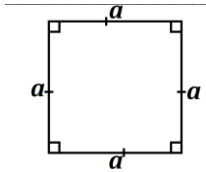
КВАДРАТ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



Квадрат – это четырёхугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 90°.

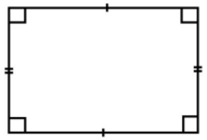
ПЛОЩАДЬ



$S = a^2$

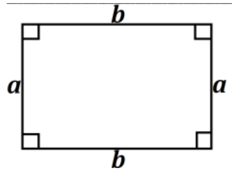
ПРЯМОУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



Прямоугольник – это четырёхугольник, у которого все углы равны 90°.

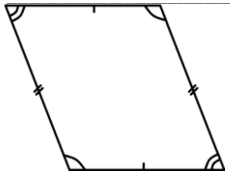
ПЛОЩАДЬ



$S = ab$

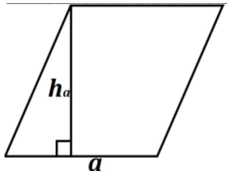
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



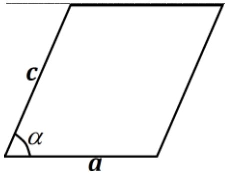
Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)



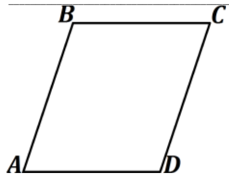
$S = ah_a$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)



$S = ac \cdot sin\alpha°$

СВОЙСТВО

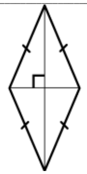


В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°:

$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle B + \angle C = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$
$\angle A + \angle D = 180°$

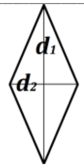
РОМБ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

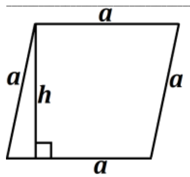
ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ДИАГОНАЛИ)



Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

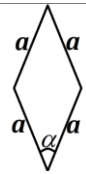
$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)



$S = ah$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)



$S = a^2 \cdot sin\alpha$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)

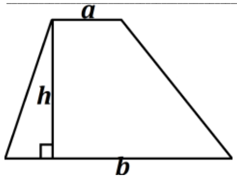
$S = 2ar$

ТРАПЕЦИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

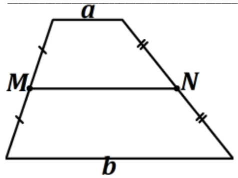
ПЛОЩАДЬ



Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту:

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

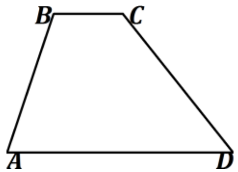
СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ



Средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме:

$MN = \frac{a+b}{2}$

СВОЙСТВО



В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°:

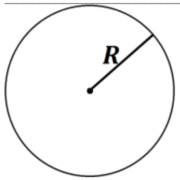
$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$

ОКРУЖНОСТЬ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Окружность – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки (центра окружности).

ПЛОЩАДЬ КРУГА

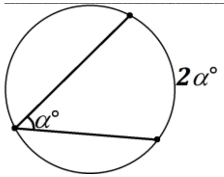


$S = \pi R^2$

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

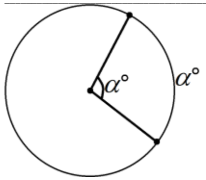
$C = 2\pi R$

ВПИСАННЫЙ УГОЛ



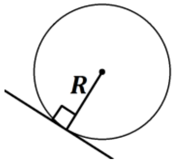
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ



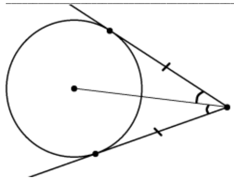
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается.

УГОЛ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И РАДИУСОМ



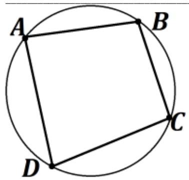
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

ТЕОРЕМА ОБ ОТРЕЗКАХ КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

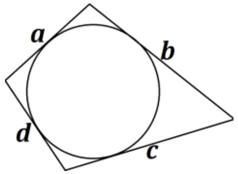
ОКРУЖНОСТЬ ОПИСАНА ОКОЛО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



Сумма противоположных углов равна 180°:

$\angle A + \angle C = 180°$
$\angle B + \angle D = 180°$

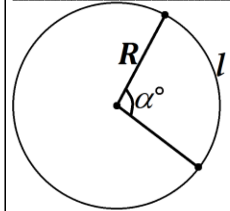
ОКРУЖНОСТЬ ВПИСАНА В ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК



Суммы противоположных сторон равны:

$a + c = b + d$

КРУГОВОЙ СЕКТОР



1

$S = \frac{\pi R^2}{360°} \cdot \alpha°$

2

$l = \frac{2\pi R}{360°} \cdot \alpha°$

3

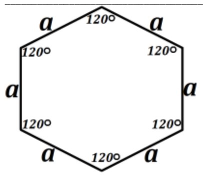
$S_{\text{сектора}} = \frac{l_{\text{сектора}} \cdot R}{2}$

4

$l_{\text{сектора}} = \frac{2S_{\text{сектора}}}{R}$

ПРАВИЛЬНЫЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

РИСУНОК



ПЛОЩАДЬ

$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

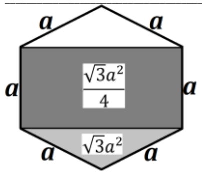
РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

$r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

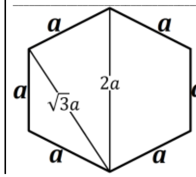
РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

$R = a$

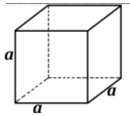
ПЛОЩАДИ ЧАСТЕЙ ШЕСТИУГОЛЬНИКА



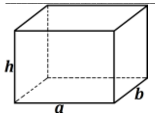
ДИАГОНАЛИ ШЕСТИУГОЛЬНИКА



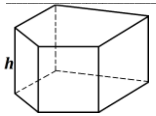
КУБ

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ	ДИАГОНАЛЬ
	$V = a^3$	$S_{\text{поверхности}} = 6a^2$	$d = \sqrt{3}a$

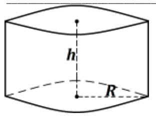
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ	ДИАГОНАЛЬ
	$V = abh$	$S_{\text{поверхности}} = 2ab + 2ah + 2bh$	$d^2 = a^2 + b^2 + h^2$

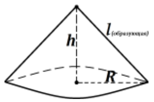
ПРИЗМА

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ	ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ
	$V = S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$	$S_{\text{боковой поверхности}} = P_{\text{основания}} \cdot h$

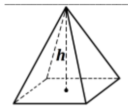
ЦИЛИНДР

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ	ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ
	$V = \pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$	$S_{\text{боковой поверхности}} = 2\pi Rh$

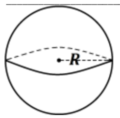
КОНУС

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ	ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ
	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = \pi R^2 + \pi Rl$	$S_{\text{боковой поверхности}} = \pi Rl$

ПИРАМИДА

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
	$V = \frac{1}{3}S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$

ШАР

РИСУНОК	ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$